السلسلة الزمنية والعملية العشوائية

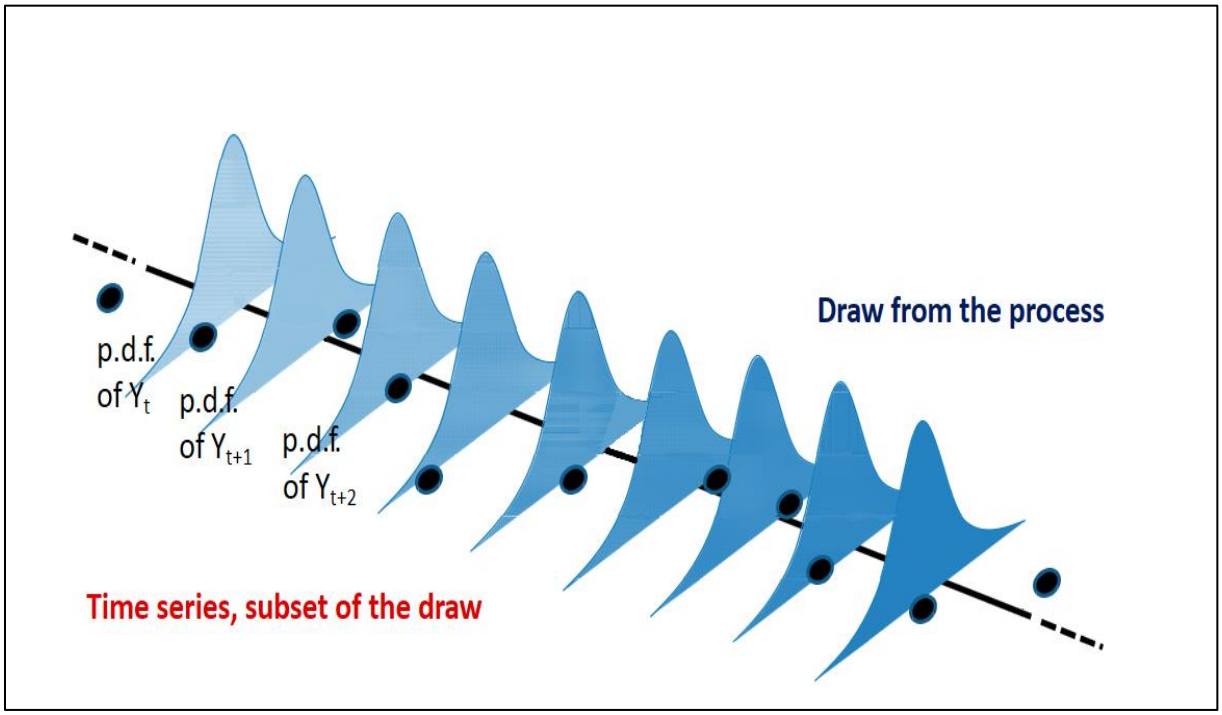
تمهيد

يعتمد التحليل الحديث للسلاسل الزمنية على إفتراض أن هناك نموذج إحتمالي غير معروف يقوم بتوليد قيم السلاسل الزمنية للمتغيرات الإقتصادية ، يعرف هذا النموذج بالعملية أوالسيرورة العشوائية. فتكون وظيفة الإحصائي هي إيجاد أسس إكتشاف هذا النموذج ثم استخدامه في أغراض هامة كالتنبؤ والمحاكاة.

- تحليل أحادي المتغير : نتعامل مع متغير واحد عبر الزمن، ننظر الى متغير كيف يتصرف (سلوكه) بمرور الوقت
- فئتان عامتان من العمليات : سنكون مهتمين بنوعين من السيرورات او العمليات
- كل من العلم والفن (الحكم): اي هناك علم وايضا فن اي علم غير مكتمل في مرحلة ما نحتاج الى القليل من الحكم (راي) للتوصل لافضل نموذج او افضل تنبؤ
  - ❑ فهم السلوك والتنبؤ
  - ❑ التقييم / الاختبار هذه النماذج المختلفة بما يتوافق بشكل افضل مع البيانات

1. العملية العشوائية Stochastic process مقابل السلاسل الزمنية time series

في السلاسل الزمنية نرى السلاسل ونحاول معرفة العملية العشوائية Stochastic process للسلسلة الزمنية، يمكن ان نفهم العملية العشوائية كتوزيع لجميع النتائج المحتملة التي يمكن ان تحدث بمرور الوقت وتكون ممثلة من



خلال هذه المنحنيات، العملية العشواية هي كل الاحتمالات لتوليد البيانات بمرور الوقت وعبر هذه التوزيعات يمكننا التفكير في رسم الملاحظات من هذه العملية والملاحظات هي هذه النقاط التي تمثل السلاسل الزمنية نفسها فما نلاحظه بالفعل هو هذه المشاهدات التي تعطينا بيانات السلسلة الزمنية.

نستخدم اختصار PDF دالة التويع الاحتمالي, هناك توزيع احتمالي في كل نقطة من الزمن وكما رسمناها هنا فهي متطابقة في هذه الحالة البسيطة. السلسلة الزمنية اذا هي سحب واحد من العملية العشوائية الاكثر عمومية.

تعريف :

السلسلة الزمنية عبارة عن تتابع قيم عبر الزمن ، فمثلا سلسلة الناتج الداخلي الخام للجزائر للفترة 2000 -2018 هو عبار ة عن تتابع قيم حقيقية خلال هاته الفترة، لنمذجة هاته السلسة نفترض أن كل قيمة من قيمها هي نتيجة لمتغير عشوائي ما، له خصائصه وتوزيعه الاحتمالي. تتابع هاته المتغيرات العشوائية عبر الزمن يسمى عملية عشوائية.

فالفكرة الاساسية التي يقوم عليها التحليل الحديث للسلاسل الزمنية هي افتراض أن هناك عمليات عشوائية قادرة على توليد عدد لا نهائي من السلاسل الزمنية ، لذلك نسعى من خلال دراسة خصائص السلسلة الزمنية محل الدراسة معرفة العملية العشوائية التي ولدت لنا هاته السلسلة ، فإذا تمكنا من معرفة ذلك سهل علينا استخدام هاته العملية العشوائية في توليد قيم مستقبلية.

انواع العمليات العشو ائية :

هناك "فئتين" اساسيتين للسيرورات او العمليات العشوائية : المستقرة Stationary مقابل غير المستقرة non-stationary

- العملية المستقرة Stationary تعني ان التوزيع الاحتمالي لا يتغير بتغير الزمن اي ان دالة التوزيع الاحتمالي (PDF) كانت متطابقةمع مرور الوقت ؛
- العملية غير المستقرة non-stationary هي لما التوزيع الاحتمالي يتغير مع مرور الزمن.

2. الاستقرارية Stationary :

تعريف العمليات العشو ائية المستقرة :

تكون السلسلة الزمنية مستقرة إذا كانت خصائصها(المتوسط ، التباين ، التغاير) هي نفسها عند قياسها من أي مجال من مجالات السلسلة، بمعنى أنها مستقلة عن الزمن . من خلال هذا التعريف تكون السلسلة الزمنية التي تظهر اتجاهًا عاما أو موسمية غير مستقرة.

يمكننا أن نجعل هذا التعريف أكثر دقة من خلال وضع إطار إحصائي مناسب.

من الناحية الاحصائية يتم التعبير عن الاستقرارية من خلال ثبات التغاير Covariance stationary والذي يتضمن 3 مكونات اساسية : المتوسط والتباين ثابتين ؛ ومن ثمّ التغاير يكون ثابتا

1- المتوسط غير المشروط ونحن نتحرك في الزمن t فان المتوسط لايتغير فهو ثابت ويكتب (بالعلاقة $E(Y_t)$)
2- نفس الشئ يحدث مع التباين (ثابت) يكتب بالعلاقة $Var(Y_t)$

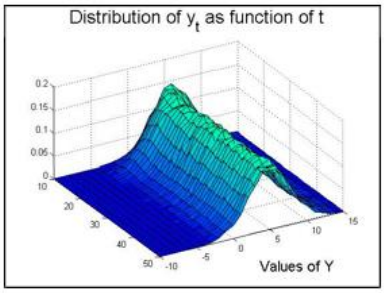
$$E(Y_t) = E(Y_{t+j}) = \mu$$

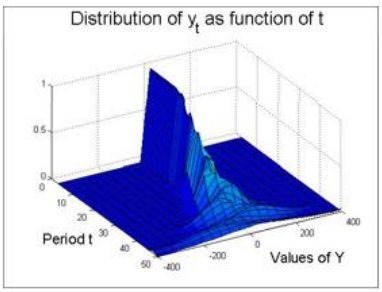
$$Var(Y_t) = Var(Y_{t+j}) = \sigma_Y^2$$

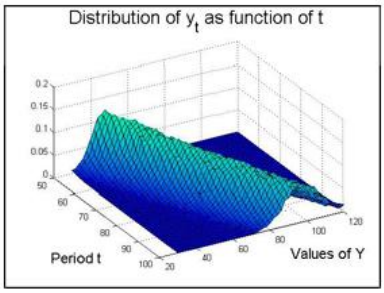
هذان الشرطان يجب ان يقودا الى Cov مستقر للسلسلة Covariance stationary ففي السلسلة المستقرة لا بد ان Cov يتبع المسافة الزمنية **j** بين الملاحظات بدلا من وقت حدوثها. اذا لدينا مشاهدة في الزمن t ومشاهدة اخرى في الزمن t+j (فارق زمني قدره j) يجب ان يكون متطابقا مع التغاير (Cov) لملاحظتين اخرتين مفصولتين ايضا ب j (Y_s, Y_{s+j}) لذا فالتغاير سيعتمد فقط على الفاصل الزمني j, مثلا Y_8, Y_{12} يكون j=4 ونكتب :

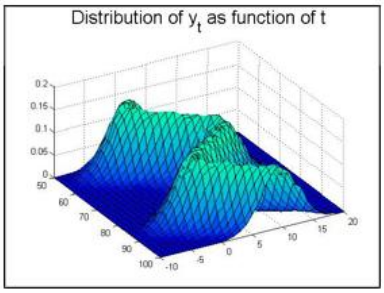
$$Cov(Y_t, Y_{t+j}) = Cov(Y_s, Y_{s+j}) = \gamma_j$$

من الناحية البيانية نلق نظرة على بعض الرسومات البيانية. لدينا 4 توزيعات احتمالية، ولفهم الرسم البياني لدينا قيم y على محور الطول، المحور العمودي يمثل دالة التوبع الاحتمالي pdf والمحور الثالث يبين كيف يتغير التوزيع عبر الزمن t









من ملاحظة الرسوم البيانية يظهر ان

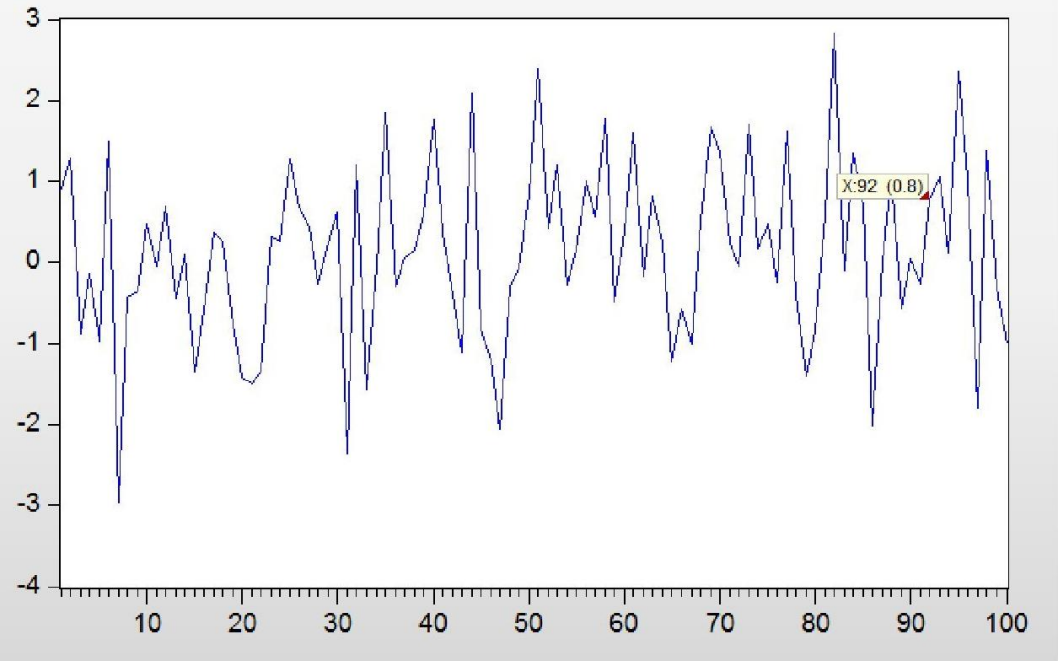
- البيان الاول (الاعلى يسار) يمثل سلسلة مستقرة فبينما نتحرك بمرور الوقت القيمة المركزية (المتوسط) تظل ثابتة والتشتت ايضا ثابت
- البيان الثاني (الاعلى يمين) غير مستقر والسبب هو التشتت فبينما نتخرك مع مرور الوقت يتغير التشتت توبع ضيق في البداية (اغلب المشاهدات في الوسط) ثم مع مرور الوقت تصبح اكثر تسطيحا (اي اكثر تشتتا)
- المنحنى البياني الثالث (اسفل يسار) غير مستقر ايضا لان المتوسط يتغير يبدا تقريبا من 40 ومع الوقت يكون تقريبا 100 لذا فعدم الاستقرارية سببها المتوسط Mean changes
- المنحنى البياني الرابع (اسفل يمين) لنفس السبب مثل المنحنى 3 حصل تغير في المتوسط فهو ياخذ شكلا مختلفا لذا في 100 مشاهدة يظهر انه غ مستقر.

الضجة البيضاء :

هناك عملية عشوائية مستقرة لها أهمية كبيرة في تحليل السلاسل الزمنية تسمى بالضجة البيضاء White noise ونرمز لها بالرمز ε_t ، لها الخصائص التالية:

$$E\left[\varepsilon_t\right]=0,\ Var\left[\varepsilon_t\right]=E\left[\varepsilon_t^2\right]=\sigma^2, Cov\left[\varepsilon_t,\varepsilon_s\right]=0,\ \text{if } t\neq s$$

الشكل التالي يوضح محاكاة لضجة بيضاء طولها n = 100



كيفية معرفة الاستقرارية

بالنسبة للعمليات العشوائية النظرية (التي لها صيغة رياضية) نقوم بدراسة استقراريتها من خلال التحقق من الشروط الثلاثة السابقة . أما بالنسبة للسلاسل الزمنية (التي هي عبارة عن تتابع قيم عددية) فهناك اختبارات احصائية وطرق بيانية نستخدمها لذلك، من أشهرها اختبار ديكي فوللر وأعمدة الارتباط الذاتي التي سندرسها فيما بعد.

أهمية دراسة الاستقرارية :

عند دراستنا لمنهجية بوكس جينكينز سوف نرى أن شرط الاستقرارية أمر ضروري لنمذجة السلسلة الزمنية ، فلو وجدنا السلسلة غير مستقرة لابد ان نجعلها مستقرة من خلال الطرق التي سندرسها لاحقا –ان شاء الله- ، فيا ترى لماذا تعتبر الاستقرارية شرط ضروري؟

إذا كانت العملية العشوائية - المولدة للسلسلة محل الدراسة -غير مستقرة فإننا سنواجه صعوبات كبيرة في عملية النمذجة سواء من ناحية دراسة خصائصها واستكشافها او من ناحية تقدير المعلمات وأيضا التنبؤ [1]

تمرين : ادرس استقرارية العمليات العشوائية التالية :

حيث ε_t يمثل ضجة بيضاء

$$y_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad x_0 = 0$$

الحل :

- تاكد من النتائج والطريقة المتبعة من خلال الرجوع للحل المقدم من طرف الاستاذ في حصة الاعمال الموجهة