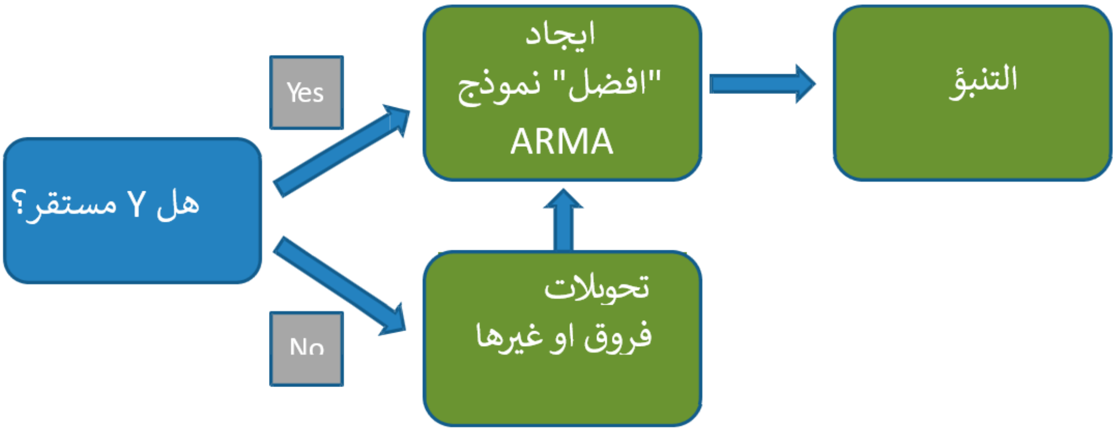
المنهجية الحديثة في تحليل السلاسل الزمنية

<u>منهجية تحليل السلاسل الزمنية المتبعة في هذه المحاضرات</u> ترتكز اساسا على منهجية بوكس – جنكيز.

منهجية بوكس جنكينز عبارة عن خطوات منطقية يتبعها الباحث للوصول إلى نموذج مناسب يمثل البيانات بشكل جيد، وذلك باستخدام احد النماذج التي درسناها في الفصل السابق ، AR(p) ، MA(q) أو مزيج بينهما ARMA(p,q) .

قصد تبسيط عملية التحليل نقوم في مرحلة اولى بدراسة تحليل السلاسل الزمنية المستقرة (الاقتصار في هذه المرحلة على السلاسل المستقرة) ثم في مرحلة ثانية نقوم بدراسة السلاسل الزمنية في حالة عدم الاستقرار.

يمكن توضيح الطريقة المتبعة من خلال الشكل الموالي :



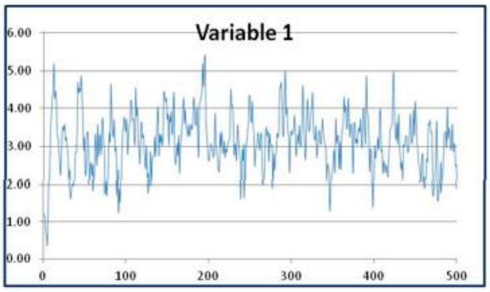
• الجزء 1 : العمليات المستقرة	• Part 1: Stationary processes
– التشخيص (التعرف)	– Identification
– التقدير واختيار النموذج	– Estimation & Model Selection
– وضع الكل معا	– Putting it all together
• الجزء 2 : العمليات غ المستقرة	• Part 2: Nonstationary processes
– التوصيف	– Characterization
– الاختبار	– Testing

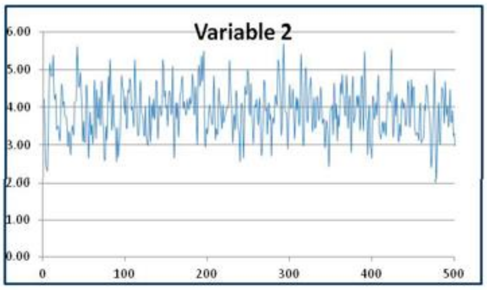
اولا السلاسل الزمنية المستقرة

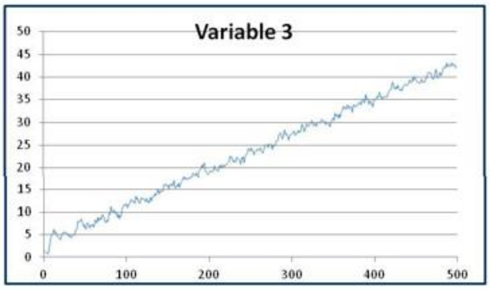
الخطوة الأولى هي الفحص البصري: ارسم الرسم بياني وراقب بياناتك.

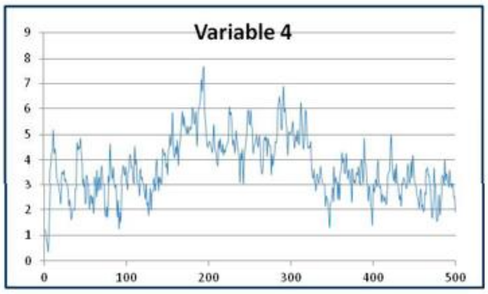
- الخطوة الاولى هي الفحص البصري رسم البيانات ومراقبتها ومعرفة ما اذا كان يمكن ملاحظة نمط او اشارة على سلوكها
- في السلاسل الزمنية يحب الكثيرون القفز للامام والبدء في الاختبار دون القاء نظرة بصرية على بياناتهم. لا تنس انها علم + فن

هل هذه السلاسل تبدو ثابتة؟







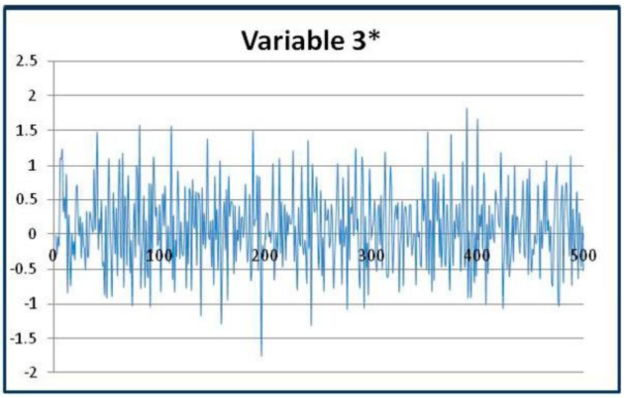


ملاحظة: الفروق يمكن أن تزيل الاتجاه

$$y_t^* = y_t - y_{t-1}$$

$y_{12} - y_{11}$

$y_7 - y_8$



Stationary

↓

Methods

بافتراض أن العملية مستقرة ، هناك ثلاثة أنواع أساسية تهمنا:

- Autoregressive (AR) $$\boxed{y_t = a + b_1 y_{t-1} + b_2 y_{t-2} + \dots + b_p y_{t-p} + \varepsilon_t}$$
- Moving Average (MA) $$\boxed{y_t = \mu + u_t + \phi_1 u_{t-1} + \phi_2 u_{t-2} + \dots + \phi_q u_{t-q}}$$
- Combined (ARMA) $$\boxed{\begin{array}{l} y_t = a + b_1 y_{t-1} + b_2 y_{t-2} + \dots + b_p y_{t-p} \\ + u_t + \phi_1 u_{t-1} + \phi_2 u_{t-2} + \dots + \phi_q u_{t-q} \end{array}}$$

- *ARMA(p,q), MA(q), AR(p)* اين تشير *p,q* الى ترتيب (اقصى تاخر) للعملية
- μ_t يمثل تشويشا أبيضا *white noise*.

1- الأدوات المساعدة في التشخيص :

1- دالة الارتباط الذاتي ACF :

يعبر عن العلاقات بين الملاحظات في فترات تأخر مختلفة

- التغاير الذاتي: $\gamma_j = E\left[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)\right]$

- الارتباط الذاتي : $\rho_j = \dfrac{\gamma_j}{\gamma_0}$

نرمز لدالة الارتباط الذاتي **autocorrelation function** (ACF) ذات الدرجة (التأخير) K بالرمز ρ_k وتساوي (في حالة المجتمع):

$$\rho_k = \gamma_k / \gamma_0$$

حيث γ_k هي دالة التغاير الذاتي للمجتمع ، و γ_0 هو تباين العملية العشوائية:

$$\gamma_k = \operatorname{cov}(y_i, y_{i-k}) = E\left[(y - E(y))(y_{i-k} - E(y_{i-k}))\right]$$

أما دالة الارتباط الذاتي للعينة فتساوي :

$$r_k = \frac{s_k}{s_0}$$

حيث تمثل S_k دالة التغاير والتي تساوي:

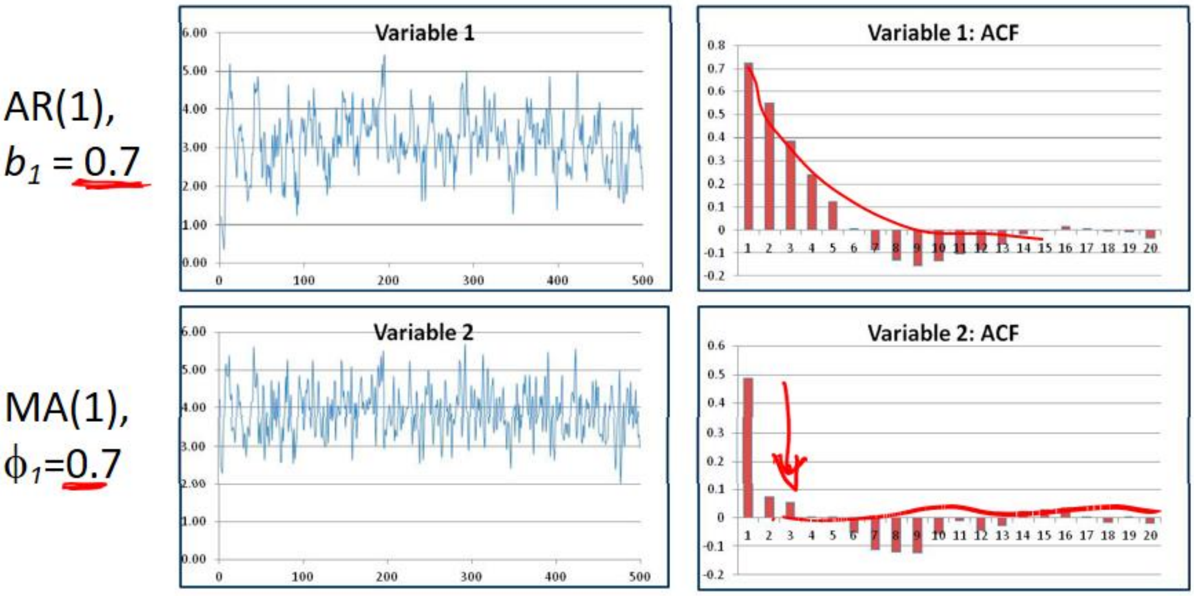
$$s_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-k}(y_i - \bar{y})(y_{i+k} - \bar{y}) = \frac{1}{n}\sum_{i=k+1}^{n}(y_i - \bar{y})(y_{i-k} - \bar{y})$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

و S_0 يمثل التباين أي : $s_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2$

رسم قيم دالة الارتباط الذاتي في أعمدة متغيرة مع قيم K يسمى بأعمدة الارتباط الذاتي **correlogram** . وعادة ما يتم أخذ k = n/3 أو n/4

- Correlogram رسم بياني للارتباطات الذاتية في كل فترة تأخير



2- دالة الارتباط الذاتي Partial autocorrelation : PACF

تلعب دالة الارتباط الذاتي الجزئي دورا هاما لا يقل أهمية عن دور دالة الارتباط الذاتي ، فمن خلالها نستطيع تحديد درجة نماذج الانحدار الذاتي ونماذج ARMA عموما، فهي أحد الأدوات الهامة في منهجية بوكس جينكينز. وقبل التطرق لتعريف هاته الأداة وطرق تقديرها نقدم بمفهوم الارتباط الجزئي في نماذج الانحدار المعروفة.

عند قيامنا بإنحدار y على x_1, x_2, x_3, x_4 ، يعرف الارتباط الجزئي بين y و x_1 بالقانون التالي:

$$\frac{cov(y, x_1 | x_2, x_3, x_4)}{\sqrt{var(y|x_2, x_3, x_4) \cdot var(x_1|x_2, x_3, x_4)}}$$

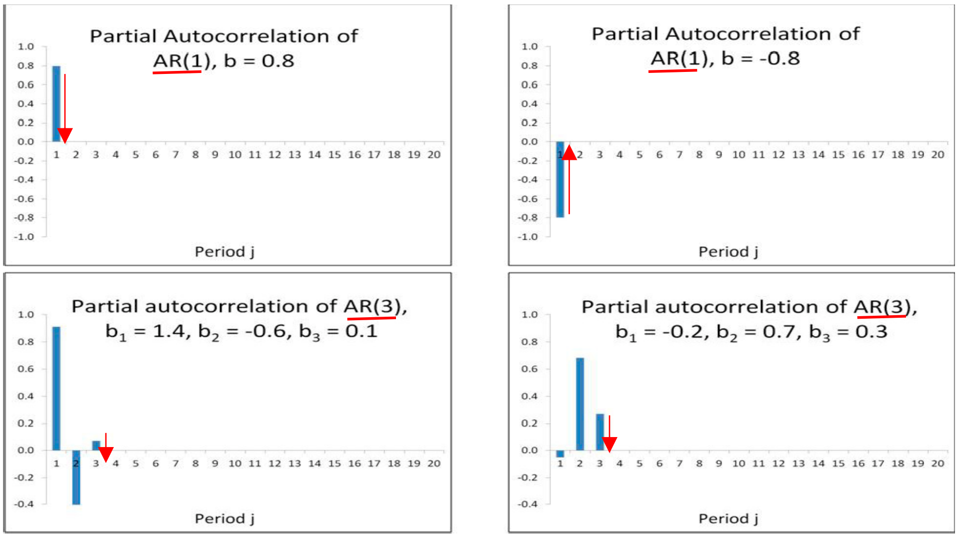
فهو يقيس صافي العلاقة الخطية بين y وx_1 بعد حذف تأثير المتغيرات x_3,x_2 و x_4. و يحسب باستخدام معامل الارتباط بين سلسلة بواقي إنحدار y عل x_2, x_3, x_4 وبواقي إنحدار x_1 على x_2, x_3, x_4.

هناك عدة طرق لتقدير الارتباط الذاتي الجزئي احدها طريقة التقدير المباشر تستخدم معادلة واحدة لتقدير كل معامل، فلتقدير معامل الارتباط الذاتي الجزئي للتاخر p على انه المعامل ذو الرتبة p للانحدار الخطي لـ yt على فترات التأخر حتى p ونكتب اذا :

$$y_t = \hat{a} + \hat{b}_1 y_{t-1} + \hat{b}_2 y_{t-2} + \ldots + \hat{b}_p y_{t-p} + e_t$$

حيث $PAC_p = \hat{b}_p$

- في نماذج AR (p) انخفاض مفاجئ في PACF بعد التأخر p



- في نماذج MA(q) انخفاض مفاجئ في ACF بعد q ، والانحلال التدريجي نحو الصفر في PACF