وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة لونيسي علي – البليدة 02 –
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
– الشهيد طالب عبد الرحمان –

قسم علوم التسيير

دروس عبر الخط في مقياس
الاقتصاد القياسي المطبق 3

الفئة المستهدفة من الطلبة:

السنة الثانية ماستر علوم اقتصادية

تخصص: تحليل اقتصادي واستشراف

السداسي الثالث

من إعداد:

د/ عبدلي إدريس

السنة الجامعية: 2022 / 2023

المحور الأول:

"أنظمة المعادلات الآنية"

د/ إدريس عبدلي

أستاذ محاضر-أ- كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير

جامعة علي لونيسي البليدة 2

Email : idrissabdelli@gmail.com

المحاضرة الأولى:

مفهوم المعادلات الآنية، الشكل الهيكلي والشكل المختصر

I. مقدمة

يمثل القياس الاقتصادي أحد أهم فروع علم الاقتصاد والذي يعتني بتفسير الظواهر الاقتصادية والتنبؤ بسلوكها المستقبلي، وقد شهد هذا العلم قفزات نوعية في النماذج المستعملة من طرف الباحثين، فبعد أن كان تفسير الظواهر الاقتصادية ضمن معادلة واحدة انتقل إلى تفسيرها– أي الظواهر الاقتصادية– ضمن معادلات عديدة تشكل فيما بينها نظاما للمعادلات أو ما يعرف بالمعادلات الآنية، ولا شك أن هذا النوع من النماذج هو محاولة للاقتراب أكثر إلى الواقع، حيث يمكن أن نجد متغيرا كنا نعتبره مستقلا ضمن نماذج المعادلة الواحدة (أحادية الاتجاه) لكن هو في الواقع قد يُفسر ضمن معادلة أخرى، بمعنى آخر قد يكون المتغير X يؤثر في المتغير Y لكن سنجد متغير آخر سيؤثر في المتغير X وقد يكون حتى المتغير Y وهو ما يعرف بالعلاقة المتبادلة في التأثير والذي اختصره الباحثون في مصطلح التغذية العكسية أو المرتدة Feedback.

إن هذه النقاط التي أشرنا إليها كانت من أهم الأسس التي دعت إليها لجنة Cowles والتي تشير إلى أن النظريات الاقتصادية تأخذ نظام المعادلات الآنية، ولا يمكن اختصارها بأي حال من الأحوال في شكل معادلة وحيدة، كما تحتوي هذه المعادلات على عنصر الخطأ العشوائي، ولا ريب أن هذه المبادئ ليست جديدة، ولكن الطرق الإحصائية المستخدمة في تقدير أنظمة المعادلات الآنية هي التي شكَّلت عنصر الأصالة في مثل هذا النوع من النماذج، فحسب الباحث Haavelmo المعلمات المتحصل عليها بواسطة طريقة المربعات الصغرى تكون متحيزة وغير متسقة[1]، لذلك من الواجب المسارعة إلى استخدام طريقة المعقولية العظمى، فنماذج المعادلات الآنية أو ما يعرف بالنمذجة الهيكلية تم تشكيلها في هذا الإطار، ووفقا لهاته المرجعية تم إعداد أول نموذج اقتصادي كلي للولايات المتحدة الأمريكية من طرف الباحث الاقتصادي Klein سنة 1950والذي كان يَحْوِي على 16 معادلة و44 متغيرة، منها 16 متغيرة صُّنِفَتْ ضمن المتغيرات الداخلية التي يتم تحديدها داخل النموذج، عُرِفَ هذا النموذج بـ (Keynes-Klein, KK) والذي تم توسيعه أكثر من طرف الباحِثِينَ الاقتصاديين في عديد من الدول الصناعية، فنجد في كندا مثلا تم توسيع هذا النموذج إلى 250 معادلة[2]، نفس الشيء بالنسبة للاقتصـــاد الاستـرالي، حيث أنه وفي سنة 1992 كان هناك حوالي 3000 نمـوذج يُسْتعملُ في أنحاء العا لم [3].

---

[1] Claudio Araujo(2013**), Macroéconométrie : Naissance de la modélisation économétrique**, France : Université d'auvergne, PP1-5.

[2] D.W. Challen AND A.J.Hagger (1983), **Macroeconometric Systems Construction, Validation and Applications**, First edition, Great Britain: The Macmillan press LTD, PP 5-11.

[3] بلقاسم العباس (2005) ، النمذجة الاقتصادية الكلية، **مجلة جسر التنمية**، المعهد العربي للتخطيط ، العدد الأربعون، الكويت، ص ص2-15.

سمحت هذه النماذج بتقييم السياسات المالية والنقدية في مختلف الدول، وبالأخص عند معالجة هذه الأنظمة عن طريق إجراء عملية المحاكاة ودراسة ديناميكية النموذج، وكذا تطبيقاته العملية من خلال التحليل البنيوي، التنبؤ، تحليل السياسات الاقتصادية وحساب آثارها.

II. نظرة شاملة عن نماذج المعادلات الآنية

النماذج الهيكلية أو ما يعرف بنماذج المعادلات الآنية هي نماذج متعددة المتغيرات و المعادلات[4]، فخلافا للنماذج الخطية التقليدية، قد تظهر استجابة متغير ما في معادلة واحدة في ظل نماذج المعادلات الهيكلية، لكن في الواقع، فإن المتغيرات في هذا النوع من النماذج تؤثر في بعضها البعض سواءً بشكل مباشر أو من خلال متغيرات أخرى تلعب دور الوسيط، وتهدف هذه المعادلات الهيكلية لتمثيل العلاقات السببية بين المتغيرات في النموذج.

إن منبع هذا النوع من النماذج هو النظرية الاقتصادية، وتتشكل هذه النماذج غالبا من معادلات تعريفية تمثل مجمل التوازنات المحاسبية كمتطابقة الدخل الوطني[5]، معادلات تقنية مثل دوال الإنتاج ومعادلات سلوكية تهتم بوصف سلوك الأعوان الاقتصاديين، وهي مستوحاة من النظرية الاقتصادية، يمكننا أن نقدم بعضا من هذه المعادلات ضمن النموذج الهيكلي المستوحى من نموذج Klien (1950) والخاص بالولايات المتحدة الأمريكية[6]:

$$\begin{cases} C_t = \gamma_{10} + \gamma_{11}P_t + \gamma_{12}P_{t-1} + \beta_{11}\left(W_t^p + W_t^g\right) + \varepsilon_{1t} \\ I_t = \gamma_{20} + \gamma_{21}P_t + \gamma_{22}P_{t-1} + \beta_{21}K_{t-1} + \varepsilon_{2t} \\ W_t^p = \gamma_{30} + \gamma_{31}A_t + \beta_{31}X_t + \beta_{32}X_{t-1} + \varepsilon_{3t} \\ X_t = C_t + I_t + G_t \\ P_t = X_t - T_t - W_t^p \\ K_t = X_t - T_t - W_t^p \\ K_t = K_{t-1} + I_t \end{cases} \qquad \ldots\ldots\ldots (01)$$

حيث أن: C_t الاستهلاك خلال الفترة t ، I_t الاستثمار ، W_t^p أجور القطاع الخاص، X_t الطلب الكلي التوازني، P_t أرباح القطاع الخاص، K_t مخزون رأس المال، G_t النفقات الحكومية (يستثنى منها نفقات الأجور)، T_t الضرائب التجارية غير المباشرة وصافي الصادرات، W_t^g: أجور القطاع الحكومي، A_t مركبة الاتجاه العام.

إن المتغيرات المتواجدة على الجانب الأيسر من المعادلات هي متغيرات داخلية تتحدد داخل النموذج، أما المتغيرات المتبقية والمتواجدة على الجانب الأيمن هي متغيرات خارجية، كما أن السمة الأساسية لهذا النوع من المتغيرات هو استقلالها عن الأخطاء العشوائية.

---

(4) John Fox (2002), **Structural equation models**, https://legacy.fordham.edu/economics/vinod/sim-eq-in-R.pdf, (Page consultée le 28/04/2021)

(5) بلقاسم العباس، مرجع سبق ذكره، ص ص05-06.

(6) John Fox, Op-cit, PP 02-03.

γ تمثل المعلمات الهيكلية التي تربط بين المتغيرات الداخلية والخارجية، أما β فهي بمثابة معلمات هيكلية تربط بين المتغيرات الداخلية فيما بينها.

المعادلات الثلاث الأخيرة لا تحوي أي معلمات أو حدودٍ عشوائية، بل هي بمثابة متطابقات أو معادلات تعريفية يمكن أن تكون بديلا لنا للخروج من النموذج، ومهمة الباحث هنا هو تقدير المعلمات المجهولة فقط.

III. قصور طريقة المربعات الصغرى العادية في ظل نماذج المعادلات الآنية

إن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية في ظل هذا النوع من النماذج سيتولد عنه الحصول على مقدرات متحيزة وغير متسقة، فلو أخذنا نموذجا آنيا مصغرا كما هو موضح في المثال التالي[7]:

$$\begin{cases} C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \varepsilon_t \\ \quad Y_t = C_t + I_t \end{cases} \dots\dots\dots (02)$$

حيث أن C_t تمثل الاستهلاك الوطني، Y_t الدخل الوطني، I_t الاستثمار الوطني، مع توفر الفرضيات التالية: $E(\varepsilon_t) = 0$، $E(\varepsilon_t{}^2) = \sigma^2$، $E\left(\varepsilon_t \varepsilon_{t+j}\right) = 0$ حيث أن $j \neq 0$، $cov(I_t, \varepsilon_t) = 0$.

سنثبت الآن أن المتغير المستقل Y_t [8] مرتبط مع الحد العشوائي ε_t وهي أحد أهم الفرضيات التي تستند إليها طريقة المربعات الصغرى العادية، فلو عوضنا المعادلة التفسيرية في المعادلة التعريفية سنجد ما يلي:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + I_t + \varepsilon_t$$

$$\Longrightarrow Y_t = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \frac{1}{1-\beta_1} I_t + \frac{1}{1-\beta_1} \varepsilon_t \dots\dots (03)$$

لو أدخلنا التوقع الرياضي على المعادلة (03) سنتحصل على ما يلي:

$$E\,(Y_t) = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \frac{1}{1-\beta_1} I_t \dots\dots (04)$$

لأن: $E(\varepsilon_t) = 0$ ، بطرح المعادلة رقم (04) من (03) سنجد ما يلي:

$$Y_t - E\,(Y_t) = \frac{1}{1-\beta_1} \varepsilon_t \dots\dots (05)$$

---

[7] Damodar N.Gujarati and Dawn C. Porter (2009), **Basic Econometrics**, New York: MC-Graw-Hill, Fifth edition, PP679-683.

[8] نلفت انتباه القارئ إلى أن استخدامنا للرمز Y_t جاء بناء على ما هو متداول في رموز الاقتصاد الكلي وليس القياس الاقتصادي، وهذا الكلام من باب رفع اللبس والتداخل الذي قد يحصل بينهما، فعند استخدامنا لهذا الرمز (أي Y_t) في حقل القياس الاقتصادي خاصة ضمن المعادلة أحادية الاتجاه نعتبره مباشرة بأنه متغير تابع، لكن في نماذج المعادلات الآنية ليس كذلك.

أيضا فإن:

$$\varepsilon_t - E(\varepsilon_t) = \varepsilon_t \ldots\ldots(06)$$

لو نحسب الآن التباين والتباين المشترك بين المتغير Y_t و الحد العشوائي ε_t مع تعويض كل من المعادلة رقم (05) و (06) سنتحصل على ما يلي:

$$cov(Y_t, \varepsilon_t) = E\left[\left(Y_t - E(Y_t)\right)\left(\varepsilon_t - E(\varepsilon_t)\right)\right]$$

$$cov(Y_t, \varepsilon_t) = \frac{E({\varepsilon_t}^2)}{1-\beta_1} = \frac{\sigma^2}{1-\beta_1} \neq 0 \ldots\ldots(07)$$

ينتج عن هذه الوضعية ما يلي:

$$\begin{cases} E\left(\widehat{\beta_1}\right) \neq \beta_1 \\ Plim\left(\widehat{\beta_1}\right) \neq \beta_1 \end{cases} \ldots\ldots(08)$$

أي أن المقدرات المتحصل عليها ستكون متحيزة وغير متسقة وهنا تصبح طريقة المربعات الصغرى العادية غير مرغوب فيها في هذا النوع من النماذج.

IV. الشكل الهيكلي والشكل المختصر

يمكن كتابة نماذج المعادلات الآنية ضمن شكلين **الشكل الهيكلي** والذي يأخذ الصوة التالية[9]:

$$By_t + \Gamma x_t = \varepsilon_t \text{ ; t=1,……n ;……. (09)}$$

حيث أن: B مصفوفة تتكون من G سطر و G عمود تضم معاملات المتغيرات الداخلية،Γ مصفوفة تتكون Gسطر وK عمود وهي تحتوي على معاملات المتغيرات الخارجية، أما الأشعة y_t،x_t،ε_t، فهي تحتـــوي على G ، K ، G عنصر على الترتيب، وذلك ما تؤكده المصفوفات التالية:

$$B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \ldots\ldots & \beta_{1G} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \ldots\ldots & \beta_{2G} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \beta_{G1} & \beta_{G2} & \ldots\ldots & \beta_{GG} \end{bmatrix}; \Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \ldots\ldots & \gamma_{1K} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \ldots\ldots & \gamma_{2K} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \gamma_{G1} & \gamma_{G2} & \ldots\ldots & \gamma_{GK} \end{bmatrix};$$

$$y_t = \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{Gt} \end{bmatrix}; x_t = \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{Kt} \end{bmatrix}; \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_{Kt} \end{bmatrix}$$

أما **الشكل المختصر** فتكون فيه المتغيرات الداخلية مكتوبة فقط بدلالة المتغيرات الخارجية، ويكون ذلك من خلال ضرب المعادلة رقم (09) في المصفوفة B^{-1} من جهة اليسار لنتحصل على ما يلي:

---

[9] J.Johnston (1988), **Méthodes économétriques**, traduit par Bernard Guerrien, Paris: ECONOMICA, tome 2, 3e édition, P532.

$$y_t = \Pi x_t + \vartheta_t \dots\dots.(10)$$

حيث أن: $\Pi = -B^{-1}\Gamma$ و $\vartheta_t = B^{-1}\varepsilon_t$.

يمثل الشكل المختصر مرحلة مهمة في عمليــة التقدير، نظــراً للحصــول على المضاعفات الفورية أو الآنية Π (Impact multiplies) للسياسات الاقتصادية والتي تقيس لنا أثر التغير الحاصل في المتغيرات الخارجية بوحدة واحدة على المتغيرات الداخلية، يمكننا توضيح هذا الكلام في المثال التالي[10]:

$$\begin{cases} C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{dt} + \varepsilon_{1t} \dots\dots\dots (11) \\ T_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \varepsilon_{2t} \dots\dots..(12) \\ I_t = \gamma_0 + \gamma_1 r_t + \varepsilon_{3t} \dots\dots...(13) \\ Y_{dt} = Y_t - T_t \dots\dots\dots\dots\dots..\dots (14) \\ G_t = \bar{G} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.\dots..(15) \\ Y_t = C_t + I_t + G_t \dots\dots.\dots\dots.(16) \end{cases}$$

حيث أن: C_t الانفاق الاستهلاكي، Y_{dt} الدخل المتاح، T_t الضرائب، r_t معدلات الفائدة، Y_t الدخل الوطني، G_t الإنفاق الحكومي، I_t الاستثمار الصافي. يمكن تحويله هذا النظام من المعادلات إلى الشكل المختصر أو المختزل عن طريق تعويض المعادلات في بعضها البعض، وذلك وفق المراحل التالية:

نعوض كلا من المعادلتين (14) و (12) في المعادلة (11) لنحصل على ما يلي:

$$C_t = \beta_0 + \beta_1(Y_t - \alpha_0 - \alpha_1 Y_t - \varepsilon_{2t}) + \varepsilon_{1t} \dots\dots\dots (17)$$

ثم نعوض المعادلات (17)، (13) و (15) في متطابقة الدخل (16) لنحصل على ما يلي:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1(Y_t - \alpha_0 - \alpha_1 Y_t - \varepsilon_{2t}) + \varepsilon_{1t} + \gamma_0 + \gamma_1 r_t + \varepsilon_{3t} + \bar{G}$$
$$Y_t + \beta_1\alpha_1 Y_t - \beta_1 Y_t = \beta_0 - \beta_1\alpha_0 + \gamma_0 + \bar{G} + \gamma_1 r_t + \varepsilon_{1t} - \beta_1\varepsilon_{2t} + \varepsilon_{3t}$$

وعليه، يمكننا كتابة الشكل المختصر كما يلي:

$$Y_t = \Pi_0 + \Pi_1 r_t + \nu_t \dots\dots\dots\dots (18)$$

حيث أن: $\pi_0 = \frac{\beta_0 - \beta_1\beta_0 + \gamma_0 + \bar{G}}{1-\beta_1(1-\alpha_1)}$، $\pi_1 = \frac{\gamma_1}{1-\beta_1(1-\alpha_1)}$ ، $\nu_t = \frac{\varepsilon_{1t}+\varepsilon_{3t}-\beta_1\varepsilon_{2t}}{1-\beta_1(1-\alpha_1)}$.

[10] DamodarN.Gujarati and Dawn C. Porter, Op-cit, P677.

المحاضرة الثانية:

أنواع النماذج الهيكلية، مشكل التمييز

I. أنواع النماذج الهيكلية

إن أهم التصنيفات الشائعة للنماذج الهيكلية تكون على أساس المعيار الزمني، فنجد النماذج الستاتيكية والنمـــاذج الديناميكيــة. إضافة إلى هذين النوعين نجد كذلك مــا يعرف بالنمــاذج المتزامنــة التكراريــة (Recursive Models)

أ– النماذج الستاتيكية:

يتم في هذا النوع من النماذج تحديد التوازن دون اللجوء إلى المتغيرات المؤخرة، أي أنها تُهْمِلُ التفاعلات الناجمة عن التغذية العكسية[1] والمرتبطة أساسا بالتوقعات والعقود، فمن النموذج رقم (10) نلاحظ أن:

$$\frac{\delta y_t}{\delta x_t} = \Pi \ .... (19)$$

في الحالة الستاتيكية يصطلح على Π مضاعف الصدمة لأنه يقيس الأثر الكلي في اللحظة t.

ب– النماذج الديناميكية:

إن هذا النوع من النماذج يبدو مشابهاً كثيراً للنماذج السابقة، غير أن الفروقات الرئيسية تكمن في وجود فترات إبطاء زمنية لكل من المتغيرات الداخلية والخارجية، حيث يأخذ هذا النموذج الصيغة التالية:

$$A(L)y_t = B(L)x_t + \varepsilon_t \ .... (20)$$

حيث يمثل كلا من $A(L)$ و $B(L)$ مصفوفات تحتوي على كثيرات حدود لمعامل التأخير L، إذا كان كل من $A(L)$ و $B(L)$ لديهما معكوس، يمكن حل النموذج (20) ليصبح كما يلي:

$$y_t = \Psi(L)x_t + \vartheta_t \ .... (21)$$

حيث أن: $\Psi(L) = A^{-1}(L).B(L)$ و $\vartheta_t = A^{-1}(L).\varepsilon_t$.

إن شرط استقرارية النموذج (21) هو أن تكون جميع الجذور المميزة لكثير الحدود $\Psi(L)$ واقعة خارج دائرة الوحدة بالقيمة المطلقة.

يعتبر تحديد المضاعفات الفورية، المؤقتة والدائمة أهم نقطة في نماذج المعادلات الآنية الديناميكية، فإذا اعتبرنا النموذج الهيكلي الديناميكي التالي:

$$\Gamma y_t = Bx_t + \Upsilon y_{t-j} + \varepsilon_t \ .... (22)$$

بضرب طرفي النموذج من جهة اليسار في: Γ^{-1}، نحصل على ما يلي:

$$y_t = \pi_1 x_t + \pi_2 y_{t-j} + \vartheta_t \ .... (23)$$

---

[1] بلقاسم العباس، مرجع سبق ذكره، ص 07.

حيث أن: $\pi_1 = \Gamma^{-1}B$ ، $\pi_2 = \Gamma^{-1}\Upsilon$ و $\vartheta_t = \Gamma^{-1}\varepsilon_t$.

تؤدي الصدمات الإيجابية في المتغيرات الخارجية إلى حدوث سلسلة من الآثار الديناميكية، والتي يتم قياسها عن طريق المضاعفات الديناميكية، حيث يتم تقسيمها إلى آثار آنية، لتليها آثار مرحلية، ومن ثم تلحقها آثار طويلة الأجل، فعلى سبيل المثال، إذا حدثت صدمة في x_1 نحو الارتفاع بوحدة واحدة؛ سيؤدي ذلك إلى حدوث ارتفاع آني في y_1 بـ π_1 ، لتتولد بعد ذلك آثار مرحلية مقدرة بـ $\pi_1\pi_2^s$، ثم آثار طويلة الأجل قيمة المضاعف فيها يساوي إلى(2) $\frac{\pi_1}{1-\pi_2}$.

يمكن تلخيص أنواع المضاعفات الديناميكية في الجدول رقم (01):

جدول رقم (1): المضاعفات المؤقتة والدائمة في ظل النماذج الهيكلية الديناميكية

	مؤقت	دائم
المضاعف الآني	π_1	π_2
المضاعف المرحلي	$\pi_1\pi_2^s$	$\sum_{i=1}^{s}\pi_1\pi_2^i$
المضاعف طويل الأجل	0	$\frac{\pi_1}{1-\pi_2}$

المصدر: بلقاسم العباس (2005) ، النمذجة الاقتصادية الكلية، **مجلة جسر التنمية**، المعهد العربي للتخطيط ، العدد الأربعون، الكويت، ص 07.

ت- النماذج المتزامنة التكرارية

تعتبر هذه النماذج قليلة التطبيق في المعادلات الآنية، ولفهم هذا النوع من النماذج سنأخذ هذا المثال الذي يحتوي على ثلاث معادلات3:

$$\begin{cases} Y_{1t} = \beta_{10} + \gamma_{11}X_{1t} + \gamma_{12}X_{2t} + \varepsilon_{1t} \\ Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}Y_{1t} + \gamma_{21}X_{1t} + \gamma_{22}X_{2t} + \varepsilon_{2t} \quad \ldots\ldots(24) \\ Y_{3t} = \beta_{30} + \beta_{31}Y_{1t} + \beta_{32}Y_{2t} + \gamma_{31}X_{1t} + \gamma_{32}X_{2t} + \varepsilon_{3t} \end{cases}$$

مع عدم وجود ارتباط بين الحدود العشوائية، أي:

$$cov(\varepsilon_{1t},\varepsilon_{2t}) = 0\ ; cov(\varepsilon_{1t},\varepsilon_{3t}) = 0\ ; cov(\varepsilon_{2t},\varepsilon_{3t}) = 0$$

من خلال هذا النموذج نلاحظ أن المتغيرتين X_{1t} و X_{2t} تؤثران في المتغيرة Y_{1t} ، أي ان المعادلة الأولى المكونة للنموذج (24) لا تحتوي على متغير داخلي ونقصد هنا كلا من Y_{2t} و Y_{3t} ، في هذه الحالة نجد أن الفرض الكلاسيكي الذي تقوم عليه طريقة المربعات الصغرى العادية وهو استقلالية المتغير المفسر عن الحد العشوائي محققة وبالتالي يمكن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على هذه المعادلة. إذا انتقلنا إلى المعادلة الثانية نجد أن المتغير الداخلي Y_{1t} أصبح متغيرا

(2) إن حساب هذه القيم لا يكون إلا في ظل استقرارية النموذج الهيكلي الديناميكي المقدر، أي لابد أن تكون الجذور المميزة للمصفوفة π_2 واقعة خارج دائرة الوحدة بالقيمة المطلقة.

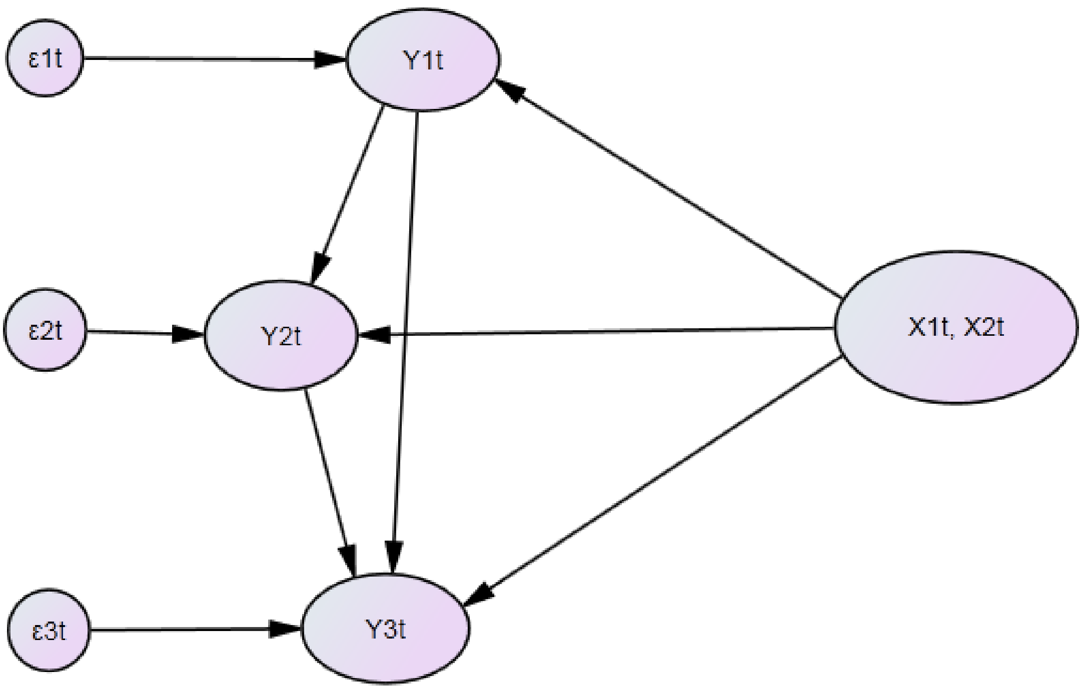
3 Damodar N.Gujarati and Dawn C. Porter (2009), Op-cit, PP 712-714.

مفسرا، وهنا نطرح السؤال التالي: هل المتغير Y_{1t} مرتبط مع الحد العشوائي ε_{2t} ؟ الجواب سيكون بلا نظرا لكون الحد العشوائي ε_{1t} يؤثر في Y_{1t} لكن ε_{1t} غير مرتبطة مع ε_{2t} وبالتالي فإن $cov(Y_{1t}, \varepsilon_{1t}) = 0$ مما يعني إمكانية تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على المعادلة الثانية وكذا الثالثة بنفس الأسلوب.

في ظل هذا النوع من النماذج يمكن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية لكل معادلة على انفراد، حيث لا توجد علاقة تبادلية بين المتغيرات الداخلية المشكلة للنموذج فالمتغير Y_{1t} يؤثر في المتغير Y_{2t} لكن المتغير Y_{2t} لا يؤثر في المتغير Y_{1t}، نفس الشيء فإن كلا من Y_{1t} و Y_{2t} يؤثران في Y_{3t} ولكن Y_{3t} لا يؤثر فيهما.

يمكن احتصار هذه العلاقات في الشكل الموالي:

شكل رقم (01): النموذج التكراري المتزامن



Source: Damodar N.Gujarati and Dawn C. Porter (2009), Op-cit, P 713 (بتصرف)

II. مشكلة التشخيص(التمييز)

يرتبط مفهوم التشخيص(Identification) في ظل النماذج الهيكلية بمسألة الحصول على معلمات مقدرة وثابتة في نفس الوقت[4]، فإذا كنا نستطيع الحصول على معلمات متسقة في دالة الطلب مثلا، في هذه الحالة يمكن القول أن دالة الطلب مشخصة أو مميزة، نفس الشيء بالنسبة لدالة العرض، غير أن الحصول على تقديرات متسقة لا يعني بالضرورة أن

---

[4] G.S. Madala (1992), **Introduction to econometrics**, the United States of America: Macmillan Publishing Company, second edition, P358.

المعادلات المكونة للنموذج الهيكلي مشخصة، فشرط الاتساق يعتبر ضروريا لكنه غير كاف لتحديد القرار النهائي، للتخلص من هذه العقبة تم وضع شرطين لتشخيص النماذج الهيكلية.

أ- **شرط الترتيب** (Order Condition)

تكون المعادلة مشخصة إذا كان عدد المتغيرات المستبعدة منها والداخلة في المعادلات الأخرى للنموذج الهيكلي مساويا لعدد معادلات النظام الهيكلي مطروحاً منه الواحد، فإذا كان عدد المعادلات التي يحتويها النموذج الهيكلي هي G ، كما أن عدد المتغيرات الداخلية والخارجية هي k ، وعدد المتغيرات التي تضمها المعادلة التي نريد اختبارها هي M ، فإن شرط الترتيب يأخذ الصيغة الرياضية التالية[5]:

$$k - M \geq G - 1 \ \ldots\ldots\ldots \ (25)$$

ينبثق عن هذا الشرط ثلاث حالات:

- إذا كانت: $k - M = G - 1$ ، في هذه الحالة تكون المعادلة مشخصة تماما The equation is exactly identified؛
- إذا كانت: $k - M > G - 1$ ، في هذه الحالة تكون المعادلة فوق التشخيص The equation is over identified؛
- إذا كانت: $k - M < G - 1$ ، في هذه الحالة تكون المعادلة غير مشخصة أو تحت التشخيصThe equation is under-identified.

ب- شرط الرتبة:

على عكس الشرط السابق، فإن هذا الشرط يعتبر كافيا للحكم على مدى تشخيص المعادلات المكونة للنموذج الهيكلي المدروس، حيث نرتب كافة المعالم الهيكلية بدلالة جميع المتغيرات، ثم نقوم بأخذ المعالم المفقودة في المعادلة المراد اختبارها وتوضع في شكل مصفوفة، نأتي على حساب محدد هذه المصفوفة-بعد ذلك-والتي تكون ذات رتبة $(G - 1)$ ، بعد الحساب نميز بين ثلاث حالات:

- إذا كان المحدد يختلف عن الصفر، هنا نقول أن المعادلة مشخصة؛
- إذا كان المحدد يساوي الصفر، المعادلة غير مشخصة؛
- إذا كانت المصفوفة المستخرجة غير مربعة، لا بد أن نجزئها ونقوم بحساب هذه المحددات ونسلك نفس قاعدة القرار السابقة.

فإذا أخذنا النموذج الديناميكي الكينزي التالي:

$$\begin{cases} C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 G_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ I_t = \beta_0 + \beta_1 r_t + \beta_2 I_{t-1} + \varepsilon_{2t} \\ r_t = \gamma_0 + \gamma_1 Y_t + \gamma_2 M_t + \varepsilon_{3t} \\ Y_t = C_t + I_t + G_t \end{cases} \ \ldots\ldots\ldots \ (26)$$

حيث أن: C_t الاستهلاك الوطني، Y_t الدخل الوطني، I_tالاستثمار الوطني،G_tالنفقات الحكومية،M_tمخزون النقود

---

[5] أموري هادي كاظم الحسناوي (2002) ،**طرق القياس الاقتصادي**، الأردن: دار وائل للنسر، الطبعة الأولى، ص ص 312-321.

نقوم بكتابة النموذج (26)في الشكل المصفوفي التالي:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_0 \\ 0 & 1 & -\beta_1 & 0 & 0 & -\beta_2 & 0 & 0 & -\beta_0 \\ 0 & 0 & 1 & -\gamma_1 & 0 & 0 & -\gamma_2 & 0 & -\gamma_0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_t \\ I_t \\ r_t \\ Y_t \\ G_{t-1} \\ I_{t-1} \\ M_t \\ G_t \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

إذا اخترنا المعادلة الأولى مثلا لوجدناها أنها فوق مستوى التشخيص وفقا لشرط الترتيب لأن:

$(k - M = 8 - 3 = 5)$ و $(G - 1 = 4 - 1 = 3)$.

أما من خلال شرط الرتبة، فإن المصفوفة الموافقة للمعادلة الأولى هي:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\beta_1 & -\beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\gamma_2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

بما أن هذه المصفوفة غير مربعة نقوم بتجزئتها إلى جميع المصفوفات ذات الرتبة $(G - 1)$ ونعمل على حساب المحددات، إن وجد على الأقل محدد يختلف عن الصفر يمكن اتخاذ قرار إجمالي وهو قابلية المعادلة للتشخيص.

لو أخذنا المصفوفة التالية وهي مشتقة من المصفوفة السابقة عن طريق حذف العمودين الرابع والخامس:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\beta_1 & -\beta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

وقمنا بحساب المحدد لها سنجد أنه يختلف عن الصفر والذي يساوي $-\beta_2$ ، في هذه الحالة شرط الرتبة محقق.

المحاضرة الثالثة:

طرق تقدير نماذج المعادلات الآنية

I. طرق تقدير نماذج المعادلات الآنية

إن المقدرات المتحصل عليها جراء تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على النماذج الهيكلية ستكون متحيزة وغير متسقة، نظرا لوجود ارتباط بين المتغيرات الخارجية والأخطاء العشوائية؛ لذلك يلجأ الباحثون في مثل هذا النوع من النماذج إلى استخدام الطرق التالية[1]:

1. طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة (Indirect Least Squares, ILS)

تعتبر طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة من التقنيات المستخدمة في تقدير المعادلات **المشخصة تماما**، حيث أنه في المرحلة الأولى يتم تقدير معالم النموذج المختصر بتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على كل معادلة يحتويها هذا النظام، أما المرحلة الثانية فَيُتَحَدَّدُ فيها قيم المعلمات الهيكلية عن طريق العلاقات الجبرية الرابطة بين معلمات الشكل المختصر والشكل الهيكلي، فإذا اعتبرنا النموذج الهيكلي التالي:

$$By_t + \Gamma x_t = \mu_t \ \dots\dots\dots \ (27)$$

كما نعرف المصفوفتين X و Y كما يلي:

$$Y = \begin{bmatrix} — & \acute{y}_1 & — \\ — & \acute{y}_2 & — \\ — & \vdots & — \\ — & \acute{y}_n & — \end{bmatrix}_{(n\times G)} , X = \begin{bmatrix} — & \acute{x}_1 & — \\ — & \acute{x}_2 & — \\ — & \vdots & — \\ — & \acute{x}_n & — \end{bmatrix}_{(n\times K)}$$

يمكن كتابة النموذج الهيكلي رقم (27) باستخدام المصفوفتين X و Y :

$$Y\acute{B} + X\acute{\Gamma} = U_{(n\times G)} \ \dots\dots\dots\dots \ (28)$$

نحول النموذج(28) إلى الشكل المختصر:

$$\mathrm{Y} = \mathrm{X}\acute{\Pi} + \mathrm{V} \ \dots\dots\dots \ (29)$$

$$\acute{\Pi} = -\acute{\Gamma}\left(\acute{B}\right)^{-1}; \mathrm{V} = \mathrm{U}\left(\acute{B}\right)^{-1}$$

يمكننا الآن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على النموذج (29) للحصول على معلمات الشكل المختصر، وهي المرحلة الأولى من طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة، وهذا ما توضحه العلاقة التالية:

$$\acute{P} = \left(\acute{X}X\right)^{-1}\acute{X}Y \dots\dots\dots \ (30)$$

---

[1] قمنا باختصار هذه التقنيات ، لمزيد من التفصيل والاطلاع، أنظر في ذلك:

- J.Johnston, Op-cit, PP 553-579.
- Badi H. Baltagi (2008), **Econometrics**, Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, fourth edition, PP259-271.
- Arne Henningsen and JeffD. Hamann (2007), system fit: A Package for Estimating Systems of Simultaneous Equations in R, **Journal of Statistical Software**, Volume 23, Issue 4, PP 01-16, http://www.jstatsoft.org/v23/i04/paper, (Page consultée le 28/04/2021).

بعد هذه المرحلة يقوم الباحث بإيجاد قيم المعالم الهيكلية من خلال العلاقات الجبرية الرابطة بين معالم الشكل المختصر والشكل الهيكلي.

2. طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين(Two-Stage least squares, 2SLS):

إن طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة هي تقنية نادرة الاستعمال في تقدير أنظمة المعادلات الآنية، فتطبيقها يكون في حالة كون المعادلات المكونة للنظام المدروس مشخصة تماما؛ لذلك فقد تم اقتراح تقنية أخرى وهي طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين، والتي تُسْتَعْمَلُ في كلتا الحالتين من مستويات التشخيص، أكثر من هذا فإن المقدرات المتحصل عليها عند تطبيق هذه التقنية على المعادلات المشخصة تماما ستمكننا من استخراج نفس النتائج المتوصل إليها عند تطبيق طريقة ILS، فإذا اعتبرنا النموذج الهيكلي التالي[2]:

$$\underbrace{y}_{(n\times 1)} = \underbrace{Y_1}_{(n\times(g-1))} \beta + \underbrace{X_1}_{(n\times k)} \gamma + \underbrace{\mu}_{(n\times 1)} \quad \ldots\ldots\ldots. (31)$$

حيث أن y يمثل شعاع المتغيرات التابعة (الداخلية)، Y_1 مصفوفة بقية المتغيرات الداخلية التي تحتويها المعادلات، X_1 مصفوفة المتغيرات الخارجية[3]، μ شعاع المتغيرات العشوائية.

- المرحلة الأولى من هذه التقنية هي إجراء انحدار كل متغيرة من Y_1 على بقية المتغيرات الخارجية التي يحتويها النظام، لنحصل على:

$$\widehat{Y}_1 = X(X'X)^{-1}(X'Y_1) \quad \ldots\ldots. (32)$$

- المرحلة الثانية: نقوم بإجراء انحدار y على كل من $\widehat{Y}_1$ و X_1، أين:

$$\begin{bmatrix} \widehat{Y}_1'\widehat{Y}_1 & \widehat{Y}_1'X_1 \\ X_1'\widehat{Y}_1 & X_1'X_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{Y}_1'y \\ X_1'y \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots. (33)$$

حيث أن: الشعاع $\begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix}$ يمثل مقدر الشعاع $\begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$ باستخدام طريقة 2SLS، غير أنه ليس من الضروري أن نقوم بحساب $\widehat{Y}_1$ ، حيث توجد صيغة أبسط من التي قدمناها، وهي كما يلي:

$$\begin{bmatrix} Y_1'X(X'X)^{-1}X'Y_1 & Y_1'X_1 \\ X_1'Y_1 & X_1'X_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1'X(X'X)^{-1}X'y \\ X_1'y \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots. (34)$$

إن المقـــدرات المتحصـــــل عليها وفق هـــذه التقنيـــة يمكـــن ترجمتهـــا كمقـــدرات لطريقة المتغيرات الأدواتية (The method of instrumental variables ; IV)، حيث أنه يمكن كتابة النموذج (30) وفق الصيغة التالية:

$$y = Z_1\delta + \mu \; ; \; Z_1 = [Y_1 \quad X_1], \delta = \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \ldots\ldots. (35)$$

---

(2) J.Johnston, Op-cit, PP 557-558.

(3) k: عدد المتغيرات الخارجية التي ظهرت في المعادلة، g: عدد المتغيرات الداخلية التي ظهرت في المعادلة.

عنـــد تطبيق طريقةIV على النموذج (34) تواجهنا إشكالية عدم انعدام النهاية التقاربيـــة $\left(plim\left(\frac{1}{n}Z'\mu \neq 0\right)\right)$؛ لذلك يتم الاستعانة بالمصفوفة[4] W التي تقضي على هذا الاشكال، وبذلك يكون شعاع المعالم المقدرة باستخدام طريقة IV هو:

$$d_{IV} = (W'W)^{-1}W'y\,;\, W = [\hat{Y}_1 \quad X_1] \,\ldots\ldots\ldots\, (36)$$

3. طريقة المعقولية العظمى ذات المعلومات المحدودة (Limited information maximum likelihood, LIML)

ترتكز طريقة المعقولية العظمى بصفة عامة على التوزيع الاحتمالي الشرطي للمشاهدات بغية تحديد المعلمات الحقيقية، وضمن النماذج الهيكلية فإن هذه التقنية تتفرع إلى نوعين، النوع الأول ويتمثل في طريقة المعقولية العظمى ذات المعلومات المحدودة، أما النوع الثاني فهو يمثل طريقة المعقولية العظمى ذات المعلومات الكاملة، بالنسبة للنوع الأول LIML فيكون تطبيقه على كل معادلة وتكون المقدرات المتحصل عليها مكافئة لتلك [5]التي تحصلنا عليها مع طريقة 2SLS ، فإذا كان لدينا النموذج الهيكلي التالي:

$$y = Y_1\beta + X_1\gamma + \mu \,\ldots\ldots\ldots\ldots\, (37)$$

سنعيد كتابة النموذج (37) وفق الشكل التالي:

$$Y_\Delta\beta_\Delta - X_1\gamma = \mu \,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\, (38)$$

مع العلم أن: $Y_\Delta = [y \quad Y_1]$ ، $\beta_\Delta = \begin{bmatrix} 1 \\ -\beta \end{bmatrix}$.

تقوم طريقةLIML على تدنية نسبة الاحتمال التالية: $l = \frac{\beta'_\Delta W^*_{\Delta\Delta}\beta_\Delta}{\beta'_\Delta W_{\Delta\Delta}\beta_\Delta}$، حيث أن:

$$W_{\Delta\Delta} = Y'_\Delta Y_\Delta - Y'_\Delta X(X'X)^{-1}X'Y_\Delta \,\ldots\ldots\ldots\, (39)$$

$$W^*_{\Delta\Delta} = Y'_\Delta Y_\Delta - Y'_\Delta X_1({X_1}'X_1)^{-1}{X_1}'Y_\Delta \,\ldots\ldots\ldots\, (40)$$

إن الحصول على مُقَدَّر β_Δ وفق طريقة LIMLيكون من خلال المعادلة التالية:

$$\left(W^*_{\Delta\Delta} - \hat{l}W_{\Delta\Delta}\right)\hat{\beta}_\Delta = 0 \,\ldots\ldots\ldots\ldots\, (41)$$

أمّا مقدر γ فيكون من خلال الصيغة التالية:

$$\hat{\gamma} = (X'_1X_1)^{-1}X'_1Y_\Delta\hat{\beta}_\Delta \,\ldots\ldots\ldots\ldots\, (42)$$

إن مقدرات LIML لها نفس مصفوفة التباين والتباين المشتركة التقاربية التي تعطيها مقدرات 2SLS.

---

[4] إن المصفوفة W تحقق لنا الخصائص التالية:

- $plim\left(\frac{1}{n}W'W\right) = \Sigma_{ww}$، حيث أن: Σ_{ww} مصفوفة متناظرة محددة موجبة؛
- $plim\left(\frac{1}{n}W'Z\right) = \Sigma_{wz}$ ، حيث أن: Σ_{wz} مصفوفة غير شاذة؛
- $plim\left(\frac{1}{n}W'\mu\right) = 0$.

[5] Claudio Araujo, Op.cit., P03.

4. طريقة المعقولية العظمى ذات المعلومات الكاملة (Full information maximum likelihood, FIML):

يتم استخدام هذه التقنية في ظل أنظمة المعادلات الهيكلية ذات المعلومات الكاملة[6]، كما أنه بإمكان الباحث استخدامها في المعادلات غير الخطية، حيث أنه إذا كان لدينا نموذج هيكلي يحتوي على G متغيرة داخلية مكتوب كما يلي:

$$By_t + \Gamma x_t = \mu_t \;\ldots\ldots\ldots\; (43)\;;\; t=1,2,\ldots\ldots, n$$

مع توفر الشرط التالي:

$$E(\mu_t) = 0;\; E(\mu_t {\mu_t}') = \Sigma$$

في هذه الحالة فإن الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع الاحتمالي الطبيعي المتعدد الأبعاد، والذي تكون دالة كثافته معرفة كما يلي:

$$f(\mu_t) = \frac{1}{(2\pi)^G\sqrt{det(\Sigma)}} exp\left[-\frac{1}{2}\mu_t'\Sigma^{-1}\mu_t\right] \ldots\ldots\; (44)$$

إن لوغاريتم دالة المعقولية العظمى يُعطى كما يلي:

$$\ln l\,(y/x; B,\Gamma,\Sigma) = -\frac{nG}{2}ln(2\pi) + nln|detB| - \frac{n}{2}ln(\det\Sigma) - \frac{n}{2}tr(\Sigma^{-1}AMA') \ldots.. (45)$$

حيث أن: $A = [\Gamma \quad B]$ ، $M = \frac{1}{n}Z'Z$ ، $Z = [Y \quad X] = \begin{bmatrix} y_1' & x_1' \\ y_2' & x_2' \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots. \\ y_n' & x_n' \end{bmatrix}$.

نقوم بتعظيم دالة المعقولية العظمى (45)بالنسبة لكل من A و Σ ، مع الإشارة إلى أن المعادلات التي سنحصل عليها لن تكون خطية، غير أن التطور في برامج المعلوماتية المتخصصة في هذا الميدان لن تطرح لنا هذا الإشكال.

5. طريقة المربعات الصغرى على ثلاث مراحل (Three-Stage Least square, 3SLS)

إن تطبيق هذه الطريقة يكون في ظل توفر معلومات كاملة عن النموذج، كما يُفْتَرَضُ أن تكون المعادلات المكونة للنموذج إما مشخصة تماما أو فوق مستوى التشخيص، تقوم هذه الطريقة على المراحل التالية[7]:

لنعتبر النموذج الهيكلي التالي:

$$y_i = Y_i\beta_i + X_i\gamma_i + \mu_i \;\ldots\ldots\ldots\; (46)$$

سنعيد كتابته وفق الصيغة التالية:

$$y_i = Z_i\delta_i + \mu_i \;\ldots\ldots\ldots\; (47)$$

حيث أن: $Z_i = [Y_i \quad X_i]$ و $\delta_i = \begin{bmatrix}\beta_i \\ \gamma_i\end{bmatrix}$

- **المرحلة الأولى:** نطبق طريقة المربعات الصغرى المعممة للحصول على مقدر δ_i ، والذي يكتب كما يلي:

---

[6] www.crest.fr/ckfinder/userfiles/files/pageperso/fougere/chap2.pdf, (Page consultée le 28/04/2021).

[7] J.Johnston, Op-cit, PP 572-577.

$$d_i = [Z_i'X(X'X)^{-1}X'Z_i]^{-1}Z_i'X(X_i'X)^{-1}X'y_i \ \ldots\ldots\ldots (48)$$

➢ **المرحلة الثانية**: نكتب الصيغة (03-38) وفق شكل آخر:

$$d_i = [W_i'W_i]^{-1}W_i'w_i \ \ldots\ldots\ldots (49)$$

مع العلم أن: $w_i = W\delta_i + v_i$، $w_i = P'X'y_i$، $W_i = P'X'Z_i$ ، $v_i = P'X'\mu$ ، $(X'X)^{-1} = PP'$ ، $P'X'XP = I$.

سنعيد كتابة G معادلة هيكلية كما يلي:

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & W_2 & \ldots & 0 \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ 0 & 0 & \ldots & W_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_G \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots (50)$$

وبصفة عامة:

$$w = W\delta + v \ \ldots\ldots\ldots (51)$$

➢ **المرحلة الثالثة**: إن مقدر δ وفق طريقة 3SLS يُعْطَى كما يلي:

$$\hat{\delta} = \left(W'\hat{V}^{-1}W\right)^{-1}W'\hat{V}^{-1}w \ \ldots\ldots\ldots (52)$$

مع العلم أن(8): $\hat{V} = \hat{\Sigma} \otimes I$.

II. اختبار الآنية (A Test of Simultaneity)

إن معرفة وجود علاقة آنية بين المتغيرات أم لا يعتبر نقطة مهمة، فالمتغير الداخلي الذي يكون مفسرا في المعادلة الأولى مثلا ثم يظهر كمتغير مفسر في المعادلة الثانية مرتبط مع الحد العشوائي الخاص بهذه المعادلة سينتج عنه مقدرات متحيزة وغير متسقة، وهنا لا بد على الباحث أن يعرف هل توجد علاقة آنية أم لا، من بين الاختبارات التي تسمح بذلك نجد: **اختبار هوسمان التوصيفي (Hausman Specification Test)** الذي سنوضحه من خلال أخذ النموذج الآني الممثل الطلب والعرض[9]:

$$Q_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 I_t + \alpha_3 R_t + \varepsilon_{1t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (53)$$

$$Q_t^s = \beta_0 + \beta_1 P_t + \varepsilon_{2t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (54)$$

حيث أن: P : يمثل السعر، Q : الكمية المطلوبة، I : الدخل، R : الثروة، ε : الحدود العشوائية.

بافتراض أن كلا من I و R متغيرات خارجية، P و Q متغيرات داخلية.

من خلال دالة العرض(54) يكون مشكل الآنية إذا كان كل من P_t و ε_{2t} مرتبطين والعكس صحيح.

(8) $\otimes$ يمثل هذا الرمز: Kronecker Product، حيث أنه إذا كانت $A_{(n,p)}$ و $B_{(m,q)}$ فإن: $A \otimes B = C_{(m\times n;p\times q)}$.

[9] Damodar N.Gujarati and Dawn C. Porter (2009), Op-cit, PP 703-706.

- يقوم اختبار هوسمان في المرحلة الأولى على كتابة النموذج الآني الهيكلي وفق الشكل المختصر، أي المتغيرات الداخلية تكون مكتوبة فقط بدلالة المتغيرات الخارجية كما هو موضح في المعادلات التالية:

$$P_t = \Pi_0 + \Pi_1 I_t + \Pi_2 R_t + \upsilon_t \text{ ....(55)}$$

$$Q_t = \Pi_3 + \Pi_4 I_t + \Pi_5 R_t + \omega_t \text{ ....(56)}$$

- المرحلة الثانية نقوم بتقدير المعادلة رقم (55) باستخدام OLS فنحصل على:

$$\hat{P}_t = \hat{\Pi}_0 + \hat{\Pi}_1 I_t + \hat{\Pi}_2 R_t \text{ ....(57)}$$

وعليه فإن :

$$P_t = \hat{P}_t + \hat{\upsilon}_t \text{..........................(58)}$$

- نقوم بإجراء انحدار Q_t على كل من $\hat{P}_t$ و $\hat{\upsilon}_t$ للحصول على النموذج التالي:

$$Q_t = \beta_0 + \beta_1 \hat{P}_t + \beta_1 \hat{\upsilon}_t + \varepsilon_{2t} \text{..............(59)}$$

نشير هنا إلى ان معاملات P_t و υ_t ، كما أن الفرق بين النموذج (59) والنموذج (54) هو إدراجنا للمتغيرة $\hat{\upsilon}_t$ ، نقوم باختبار معنوية المتغيرة $\hat{\upsilon}_t$ باستخدام t-test ، في حالة كان غير دالة إحصائيا نقول لا يوجد مشكل الآنية، والعكس صحيح. وهنا نشير أنه في حالة وجود أكثر من متغير داخلي فإننا نستعمل اختبار فيشر.

المحاضرة الرابعة: مدخل إلى نماذج بانل

مقدمة

تمثل نماذج بانل (Panel Data) إحدى القفزات النوعية الحديثة في حقل القياس الاقتصادي، نظرا لإعطائها الفرصة للباحث أن يأخذ بعين الاعتبار البعد الزمني والبعد الفردي (المكاني) في الدراسات الاقتصادية التطبيقية، وقد تم استخدام هذا المصطلح في الأبحاث الدولية حوالي 25 مرة خلال الفترة الممتدة من سنة 1975 إلى غاية 1995 حسب ما أشار إليه الباحث Patrick Sevestre[(1)]، فمن بين المزايا التي تتمتع بها هذه النماذج دورها في تحسين كفاءة المقدرات من خلال رفع درجة الحرية والحد من مشكلة التعدد الخطي بين المتغيرات التفسيرية[(2)]،كما تعمل على كشف العلاقات الديناميكية والتخلص من مشكلة غياب بعض المشاهدات حول بعض المتغيرات المدروسة التي عادة ما تولد مقدرات متحيزة، إضافة إلى هذا فإن هذا النوع من النماذج سيمكن الباحثين من الحصول على تنبؤات جيدة والتحكم في عدم تجانس التباين الذي قد يظهر في حالة البيانات المقطعية أو حالة البيانات الزمنية...الخ

سنقدم في الفصل الأول من هذه المطبوعة نظرة شاملة عن نماذج بانل الساكنة والديناميكية وطرق تقديرهما.

أولا: نماذج بانل الساكنة

نخصص الجزء الأول من هذا الفصل لتناول البنية الرياضية لهذا النوع من النماذج، اختبار التجانس للباحث Hsiao، والأشكال الشهيرة لنماذج Panel وطرق تقديرها.

1. الشكل الهيكلي لبيانات بانل Panel Data

تمثل نماذج بانيل إحدى الطرق المستخدمة في القياس الاقتصادي التي تمكن الباحث من النظر إلى البيانات من خلال بعدين[(3)]: البعد الزمني والبعد المقطعي، والأمثلة على ذلك عديدة كتقدير العلاقة القياسية بين الصادرات والانفتاح التجاري على مدى 20 سنة (البعد الزمني) و 15 دولة (الأفراد)، أو دراسة العلاقة بين دخل الأسر واستهلاكها على مدى عدة سنوات...

فنجد البعد الفردي قد يكون ممثلا في: مؤسسات، عائلات، بلديات، ولايات، دول،...الخ، أما البعد الزمني فيكون في شكل سنوي، نصف سنوي، فصلي، شهري...الخ.

[(1)] Patrick Sevestre (2002), **<u>économétrie des données de panel</u>**, Paris : Dunod, P 01.

[(2)] لمزيد من التفصيل يمكنك الرجوع إلى:

Cheng Hsiao (2014), **<u>Analysis of panel data</u>**, UK : Cambridge university press, third edition, PP 04-05

[(3)] Régis Bourbonnais (2015), **<u>économétrie : cours et exercices corrigés</u>**, Paris : Dunod, 9e édition, P345.

ولتوضيح هيكل بيانات بانل سنأخذ المثال التالي والمتعلق بمحددات معدل الجريمة كمتغيرة تابعة (عدد الحالات لكل ألف شخص)، حيث سنقترح متغيرتين مفسرتين وهما معدل البطالة (%) وحجم السكان (بالآلاف) خلال سنتين وهما 1992 و1998 لثمان مدن، كما هو مبين في الجدول التالي:

جدول رقم (1): مثال حول بيانات بانل

city	year	pop	unem	crime
1	92	85,1	7,8	75,42648
1	98	85,1	3,1	70,01455
2	92	42,6	7,6	93,61669
2	98	42,6	5,5	90,34896
3	92	134,5	8,3	85,18089
3	98	134,5	7,7	76,95070
4	92	168,2	11,6	89,43108
4	98	168,2	5,2	83,96927
5	92	34,7	12,9	107,90584
5	98	34,7	7,7	104,56469
6	92	59,8	14,0	137,31123
6	98	59,8	4,8	112,26517
7	92	18,6	9,3	71,97062
7	98	18,6	5,8	86,28617
8	92	95,3	8,0	97,52621
8	98	95,3	4,6	76,55205

المصدر: https://real-statistics.com/panel-data-models/panel-data-two-time-periods/ **تاريخ التحميل: 2023/12/27**

من خلال الجدول أعلاه نلاحظ أن عدد المشاهدات الإجمالي هو 16 ، لأن عدد الأفراد يساوي N=8 ، أما عدد السنوات فهو T=2 ، أي أن العدد الإجمالي هو : N×T ، كما يمكن الترميز للمـــدن بالرمز i=1,2,….N ، أما السنوات t=1,2,….T .

ويمكن تقسيم بيانات بانل من حيث توفر أو عدم توفر المشاهدات إلى:

- **بيانات بانل المتوازنة Balanced Panel Data**: جميع الأفراد لهم نفس عدد الفترات الزمنية؛
- **بيانات بانل غير المتوازنة Unbalaced Panel Data:** كل فرد له فترات زمنية خاصة به.

يمكن تقديم هذا المثال الذي يوضح هذين الصنفين:

جدول رقم (2): بيانات بانل المتوازنة وغير المتوازنة.

بيانات بانل متوازنة

	A	B	C	D	E
1	i	t	GDP	Consumption	Price
2	1	1980	9,14206153	4,70048037	2,34535718
3	1	1981	9,24657586	4,85203026	2,36755789
4	1	1982	9,29807649	4,89034913	2,52852473
5	1	1983	9,36383369	4,96284463	2,69311929
6	1	1984	9,44208681	5,06259503	2,70394847
7	1	1985	9,50286072	5,14749448	2,7263877
8	1	1986	9,55215545	5,18178355	2,7292636
9	1	1987	9,60326045	5,25749537	2,73954887
10	1	1988	9,6718707	5,35185813	2,76579067
11	1	1989	9,74020362	5,36597602	2,9385268
12	1	1990	9,81743935	5,42934563	2,93015855
13	2	1980	9,15207546	3,95124372	2,74373261
14	2	1981	9,27977315	4,11087386	2,85481366
15	2	1982	9,29155163	4,15888308	2,97297529
16	2	1983	9,36280392	4,24849524	2,91086042
17	2	1984	9,43755562	4,30406509	2,72110462
18	2	1985	9,49829741	4,38202663	2,83238948
19	2	1986	9,53481232	4,4543473	3,00848067
20	2	1987	9,61132881	4,49980967	3,06625131
21	2	1988	9,67325644	4,58496748	3,18265987
22	2	1989	9,71595243	4,67282883	3,25064965
23	2	1990	9,72579526	4,76217393	3,33581228
24	3	1980	9,10052551	4,60517019	2,80486833
25	3	1981	9,19136141	4,68213123	2,78833903
26	3	1982	9,26198361	4,75359019	2,859798
27	3	1983	9,3064684	4,83628191	2,94090115
28	3	1984	9,37822488	4,84418709	3,0435553
29	3	1985	9,41743584	4,93447393	3,08017911
30	3	1986	9,4526589	4,99043259	3,12348764
31	3	1987	9,50315923	5,07517382	3,15734504
32	3	1988	9,58231764	5,18178355	3,18263084
33	3	1989	9,66205273	5,23644196	3,21215328
34	3	1990	9,72752573	5,26785816	3,23254991

بيانات بانل غير متوازنة

	A	B	C	D	E
1	i	t	GDP	Consumption	Price
2	1	1980	9,14206153	NaN	2,34535718
3	1	1981	9,24657586	NaN	2,36755789
4	1	1982	9,29807649	4,89034913	2,52852473
5	1	1983	9,36383369	4,96284463	2,69311929
6	1	1984	9,44208681	5,06259503	2,70394847
7	1	1985	9,50286072	5,14749448	2,7263877
8	1	1986	9,55215545	5,18178355	2,7292636
9	1	1987	9,60326045	5,25749537	2,73954887
10	1	1988	9,6718707	5,35185813	2,76579067
11	1	1989	9,74020362	5,36597602	NaN
12	1	1990	9,81743935	5,42934563	NaN
13	2	1980	9,15207546	3,95124372	2,74373261
14	2	1981	9,27977315	4,11087386	2,85481366
15	2	1982	9,29155163	4,15888308	2,97297529
16	2	1983	9,36280392	4,24849524	2,91086042
17	2	1984	9,43755562	4,30406509	2,72110462
18	2	1985	9,49829741	4,38202663	2,83238948
19	2	1986	9,53481232	4,4543473	3,00848067
20	2	1987	9,61132881	4,49980967	3,06625131
21	2	1988	9,67325644	4,58496748	3,18265987
22	2	1989	9,71595243	4,67282883	3,25064965
23	2	1990	9,72579526	4,76217393	3,33581228
24	3	1980	NaN	4,60517019	2,80486833
25	3	1981	NaN	4,68213123	2,78833903
26	3	1982	NaN	4,75359019	2,859798
27	3	1983	9,3064684	4,83628191	2,94090115
28	3	1984	9,37822488	4,84418709	3,0435553
29	3	1985	9,41743584	4,93447393	3,08017911
30	3	1986	9,4526589	4,99043259	3,12348764
31	3	1987	9,50315923	5,07517382	3,15734504
32	3	1988	9,58231764	5,18178355	3,18263084
33	3	1989	9,66205273	5,23644196	3,21215328
34	3	1990	9,72752573	5,26785816	3,23254991

Christophe Hurlin (2018) ; **Advanced Econometrics II**, School of Economics and Management - University of Geneva, University of Orléans ; February 2018 ; P17-19.

من خلال بيانات بانل المتوزانة نلاحظ أن N=3 و T=11، أما بيانات بانل غير المتوازنة فنلاحظ أنه بالنسبة للفرد الأول عدد الفترات الزمنية يساوي $T_1=7$، أما الفرد الثاني فـ $T_2=11$، أما الفرد الثالث فـ $T_3=8$، كما نلاحظ أن العدد الإجمالي للمشاهدات في بيانات بانل المتوازن هو N×T=33، أما في بيانات بانل غير المتوازن فعدد المشاهدات هو: $T_1+T_2+T_3=26$.

كما يمكن تقسيم بيانات بانل تبعا لحجم الفترات الزمنية T وعدد الأفراد N ، حيث نجد[4]:

- **بيانات بانل القصيرة (Short Panel):** يكون عدد الفترات الزمنية أقل بكثير جدا عن عدد الأفراد $(T\ small\ and\ N \to \infty)(\ T << N)$ ، عادة ما تظهر هذه البيانات من خلال المسوحات التي تجرى على عدد كبيرا جدا من الأفراد خلال فترات زمنية قصيرة؛

[4] Colin Cameron (2007) ; **Panel data methods for microeconometrics using Stata**, Univ. of California ; October 25, 2007 2018 ; P3-5 https://www.stata.com/meeting/wcsug07/cameronwcsug.pdf (01/01/2024).

➢ **بيانات بانل الطويلة (Long Panel)**: يكون البعد الزمني كبير جدا مع عدد أفراد قليل، أو عدد أفراد كبير $(T \rightarrow \infty \; and \; small \; N \; or \; N \rightarrow \infty)$.

إن الاختلاف أو التغير في بيانات بانل يمكن أن يأخذ ثلاث زوايا، الزاوية الأولى تتعلق بداخل الأفراد Within حيث يكون التغير حسب الزمن لكل فرد، الزاوية الثانية تأخذ بعين الاعتبار الاختلاف بين الأفراد between وهنا نقوم بتثبيت الزمن، أما الزاوية الثالثة وهو التغير الكلي أو الشامل Overall والذي يأخذ عامل الزمن وعامل الأفراد بعين الاعتبار. ولتوضيح هذا الأمر يمكن أخذ المثال التالي:

➢ مثال: لتكن لديك بيانات بانل للمتغيرة x_{it} حيث أن عدد الأفراد يساوي 3 وعدد الفترات الزمنية يساوي 3، المطلوب: أوجد التغيرات داخل الأفراد وما بين الأفراد والتغير الكلي أو الشامل للمتغيرة x_{it} ؟

ID	الزمن	المتغيرة	المتوسط الفردي Individual Mean	المتوسط الكلي Overall Mean	الانحرافات الكلية Overall Deviation	الانحرافات بين الأفراد Between Deviation	الانحرافات داخل الأفراد Within Deviation
i	t	x_{it}	$\overline{x_{\iota.}}$	$\bar{\bar{x}}$	$x_{it} - \bar{\bar{x}}$	$\overline{x_{\iota.}} - \bar{\bar{x}}$	$x_{it} - \overline{x_{\iota}}$
1	2019	9	10	20	−11	−10	−1
1	2020	10	10	20	−10	−10	0
1	2021	11	10	20	−9	−10	1
2	2019	20	20	20	0	0	0
2	2020	20	20	20	0	0	0
2	2021	20	20	20	0	0	0
3	2019	25	30	20	5	10	−5
3	2020	30	30	20	10	10	0
3	2021	35	30	20	15	10	5

Source : Rizaudin Sahlan (2016) ; **Within and Between Variation in Panel Data with Stata (Panel) ;** Universiti Utara Malaysia ; http://rizaudinsahlan.blogspot.com/2016/06/within-and-between-variation-in-panel.html (02/01/2024).

حيث أن:

- **المتوسط الفردي** يتم حسابه كما يلي: $\overline{x_{i.}} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} x_{it}$ ؛
- **المتوسط الكلي** يتم حسابه كما يلي: $\bar{\bar{x}} = \frac{1}{NT}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} x_{it}$ ؛
- **التباين الكلي** يتم حسابه كما يلي: $S_O^2 = \frac{1}{NT-1}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{\bar{x}})^2$ ؛
- **التباين ما بين الأفراد** يتم حسابه كما يلي: $S_B^2 = \frac{1}{N(T-1)} T\sum_{i=1}^{N}(\overline{x_{i.}} - \bar{\bar{x}})^2$ ؛
- **التباين داخل الأفراد** يتم حسابه كما يلي: $S_W^2 = \frac{1}{NT-1}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \overline{x_{\iota}})^2$ ؛
- $\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{\bar{x}})^2 = T\sum_{i=1}^{N}(\overline{x_{i.}} - \bar{\bar{x}})^2 + \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \overline{x_{\iota}})^2$؛

اعتمادا على برنامج STATA وبواسطة الأمر xtsum يمكننا استخراج المتوسط الكلي، الانحراف المعياري الكلي، الانحراف المعياري ما بين الأفراد؛ الانحراف المعياري داخل الأفراد.

```
. xtsum x
```

Variable		Mean	Std. Dev.	Min	Max	Observations
x	overall	20	9.027735	9	35	N = 9
	between		10	10	30	n = 3
	within		2.54951	15	25	T = 3

المحاضرة الخامسة: الهيكل الرياضي لنماذج بانل

2. الهيكل الرياضي لنماذج بانل:

لفهم الطبيعة الرياضية لهذا النوع من النماذج يمكننا أخذ المثال التالي الذي يتعلق بدراسة التكاليف في ست شركات طيران خلال الفترة (1970-1984)[1]، فنموذج بانيل في هذه الحالة يحتوي على 90 مشاهدة، إن الصيغة الرياضية المقترحة لهذا النموذج هي:

$$C_{it} = \beta_{1i} + \beta_{2i}Q_{it} + \beta_{3i}PF_{it} + \beta_{4i}LF_{it} + \varepsilon_{it} \ \ldots\ldots\ldots \ (1)$$
$$i = 1,2,\ldots,6;\ t = 1,2,\ldots,15$$

حيث أن:

C_{it} : التكاليف الكلية للشركة i خلال اللحظة الزمنية t.

Q_{it}: المخرجات التي يتم قياساها بالمداخيل المتحصل عليها من طرف الركاب للشركة i خلال اللحظة الزمنية t.

PF_{it}: أسعار الوقود الخاصة بالشركة i خلال اللحظة الزمنية t.

LF_{it} : معامل الحمولة للشركة i خلال اللحظة الزمنية t، والذي يُقَاس بمتوسط قدرة استخدام الأسطول.

إذا كان النموذج (1) يخضع للفرضيات الكلاسيكية حول الأخطاء العشوائية ونقصد بذلك على وجه الخصوص مسألة التجانس، الاستقلالية الزمنية، الاستقلالية بين فرد وفرد آخر $\left(cov\left(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt} = 0,\ \ i \neq j\right)\right)$، يمكننا تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية.

أما إذا كانت $cov\left(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}\right) = \sigma_{ij}^2 \neq 0; i \neq j$ فإن مقدرات المربعات الصغرى العادية تفقد خاصية أفضل مقدر خطي غير متحيز، في هذه الحالة نقوم بتطبيق طريقة (Seemingly Unrelated Regressions, SUR)[2].

إن نظرة الباحث للنموذج رقم (1) تختلف حسب أربع حالات[3]:

- الحالة الأولى: إذا كان هنالك تجانس تام بين شركات الطيران، أي أن الحد الثابت هو نفسه بالنسبة لجميع الأفراد $(\beta_{1i} = \beta_1)$، كما أن معاملات المتغيرات التفسيرية هي نفسها، في هذه الحالة يكون النموذج

---

[1] Damodar N. Gujarati and Dawn C. Porter (2009), **Basic Econometrics**, New York: MC-Graw-Hill, Fifth edition , PP 593-595.

[2] لمزيد من التفصيل، يمكنك الرجوع إلى:

Régis Bourbonnais, Op.cit., PP347-348.

[3] Ibid, PP 348-349.

مكتوب وفق معادلة واحدة، والتي نقوم بتقديرها باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية أو طريقة المربعات الصغرى المعممة؛

- الحالة الثانية: في حالة عدم وجود تجانس تام بين شركات الطيران، أي أن قيم المعلمات تختلف حسب كل شركة، لا يمكننا أن نستخدم نماذج Panel، بل نقوم بتقدير كل معادلة على حدة؛
- الحالة الثالثة: عدم تجانس معاملات المتغيرات التفسيرية أي تختلف حسب شركات الطيران، وتجانس الحدود الثابتة أي تساويها بالرغم من الاختلاف بين الشركات، في هذه الحالة نقوم بتقدير كل معادلة انحدار على حدة، ويتم هنا رفض هيكل بانيل، مثل الحالة السابقة؛
- الحالة الرابعة: عدم تجانس الحدود الثابتة وتجانس معاملات المتغيرات التفسيرية، يطلق على هذا النوع من النماذج نموذج تأثيرات الأفراد.

لمعرفة أي حالة يمكننا استخدامها في دراستنا التطبيقية نلجأ إلى اختبار Hsiao (1986)، وهو ما سنتناوله في النقطة الموالية.

3. اختبار التجانس للباحث Hsiao :

لنفترض أنه لدينا النموذج الخطي التالي:

$$y_{it} = \beta_{0i} + \beta_i' x_{it} + \varepsilon_{it} \;\ldots\ldots.. (2)$$
$$i = 1,2, \ldots, N; t = 1,2, \ldots, T$$

حيث أن:

y_{it} : تمثل المتغيرة الداخلية المشاهدة للفردiخلال اللحظة الزمنيةt؛

x_{it} : شعاع يحتوي على k متغيرة خارجية $x_{it}' = (x_{1it} \quad x_{2it} \quad \cdots \quad x_{kit})$؛

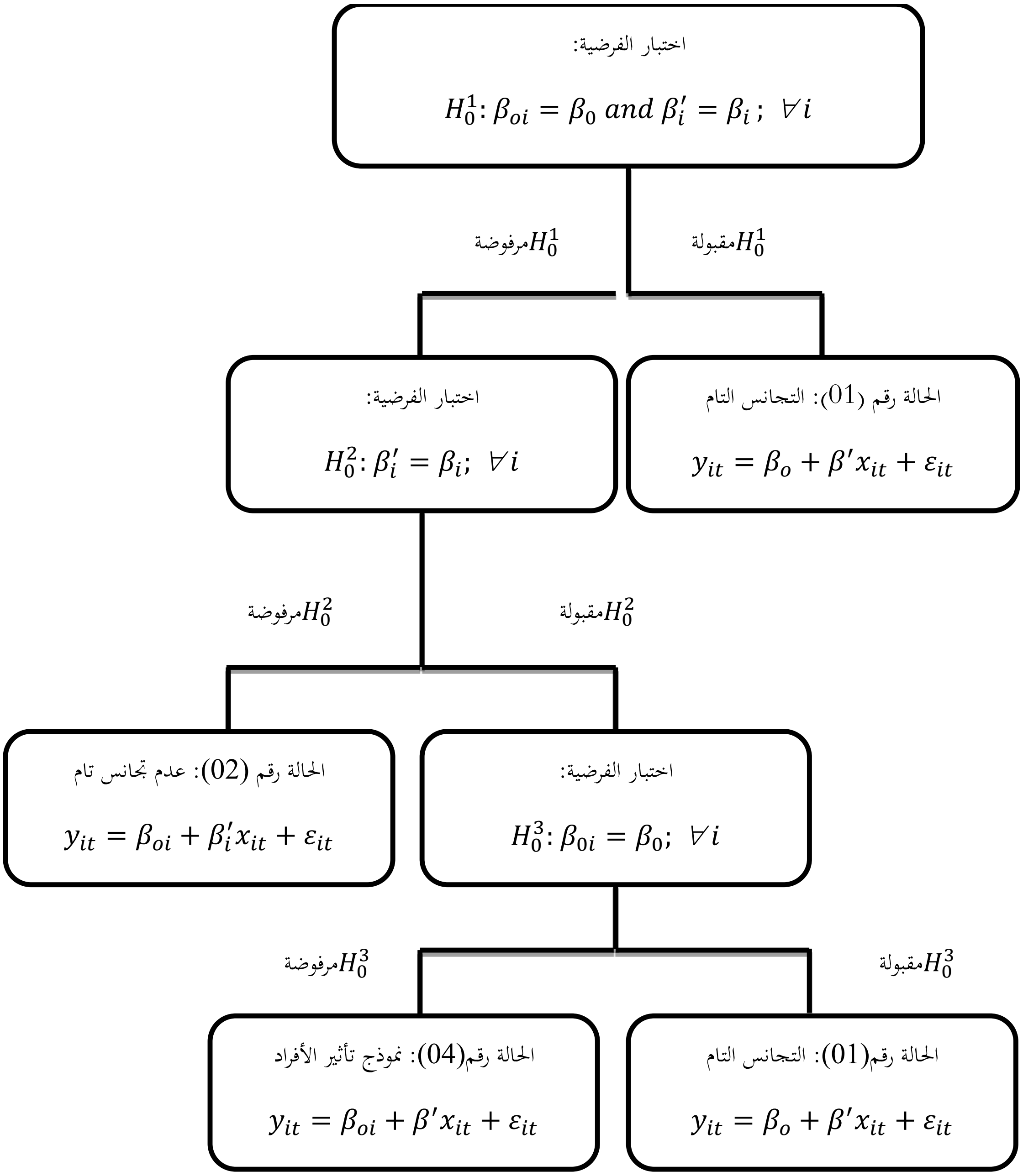
β_{oi}: الحد الثابت الخاص بالفرد i؛

β_i' : شعاع يتكون من k معلمة خاصة بالمتغيرات الخارجية $\beta_i' = (\beta_1 \quad \beta_2 \quad \cdots \quad \beta_k)$ ؛

ε_{it}: شعاع البواقي.

يكون تطبيق الخوارزمية التالية الملخصة في الشكل رقم (2):

شكل رقم (1): مراحل اختبار التجانس للباحث Hsiao



Source : Régis Bourbonnais, Op.cit., P349.

يتم اختبار الفرضيات: H_0^1، H_0^2 ، H_0^3 من خلال تقدير النماذج المقيدة والحرة ثم إجراء اختبار فيشر لاتخاذ القرار المناسب[4]

---

[4] لمزيد من التفصيل، أنظر:

- Christophe HURLIN, L'Econométrie des Données de Panel : Modèles Linéaires Simples, Ecole Doctorale Edocif, Séminaire Méthodologique, pp53-56, http://www.univ-orleans.fr/deg/masters/ESA/CH/CoursPanel_Chap1.pdf, (Page consulté le : 22/04/2015).

- Régis Bourbonnais, Op.cit, PP 350-351.

المحاضرة السادسة: الأشكال الشهيرة لنماذج بانل وطرق تقديرها والمفاضلة بينها

4. الأشكال الشهيرة لنماذج **Panel** وطرق تقديرها:

عند تقديرنا للنموذج (94-3) ككل دون الأخذ بعين الاعتبار الاختلاف بين شركات الطيران نكون في حالة نموذج الانحدار التجميعي(Pooled Regression Model, PM) ، أما إذا كان الحد الثابت β_{1i} يختلف من مجموعة إلى مجموعة أخرى أو من شركة طيران إلى شركة أخرى نكون في هذه الحالة نتعامل مع نموذج التأثيرات الثابتـــــــــــة (Fixed Effects Model, FEM)، أما إذا اختلت إحدى الفرضيات الكلاسيكية التي يقوم عليها نموذج التأثيرات الثابتة؛ فإننا نواجه نموذجا آخر يدعى بنموذج التأثيرات العشوائية (Random Effects Model , REM)، هذا وتجدر الإشارة إلى أنه في حالة غياب بعض المشاهدات حول بعض المتغيرات المدروسة خلال بعض الفترات الزمنية نكون في حالة نماذج بانيل غير المتوازنة (Unbalanced Panel Data)، أما إذا توفرت جميع المشاهدات فيطلق على هذا النوع تسمية نماذج بانيل المتوازنة (Balanced Panel Data)، سنتطرق إلى هذه النماذج بشيء من الإيجاز.

- **نموذج الانحدار التجميعي:**

إن نموذج الانحدار التجميعي يأخذ الصيغة التالية[1]:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta' x_{it} + \varepsilon_{it} \; \ldots\ldots.. (1)$$
$$i = 1,2, \ldots , N; t = 1,2, \ldots , T$$

مع توفر الفرضيات التالية:

$$\begin{cases} E(\varepsilon_{it}/x_{i1}, x_{i2}, \cdots , x_{iT}) = 0 \\ Var(\varepsilon_{it}/x_{i1}, x_{i2}, \cdots , x_{iT}) = \sigma_\varepsilon^2 \\ Cov\big(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{js}/x_{i1}, \cdots , x_{iT}\big) = 0, if: i \neq j; t \neq s \end{cases}$$

يتم في هذه الحالة تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على النموذج (1) ، إلا أن هذه الحالة نادرة الوقوع، فالحد الثابت في طبيعته يختلف بين الأفراد أو من مجموعة لأخرى، وقد يكون في بعض الحالات متغيراً عشوائياً، لذلك فطريقة المربعات الصغرى العادية تفقد خواصها الشهيرة.

---

[1] لمزيد من التفصيل، يمكنك الرجوع إلى:

William H. Greene (2012), **Econometric Analysis**, England: Pearson Education Limited, Seventh Edition, PP389-399.

➢ **نموذج التأثيرات الثابتة:**

يأخذ هذا النموذج الصيغة الرياضية التالية:

$$y_{it} = \beta_{0i} + \beta' x_{it} + \varepsilon_{it} \text{ ……..} (2)$$
$$i = 1, \cdots, N; t = 1, \dots, T;\ \beta' = (\beta_1 \quad \beta_2 \quad \cdots \quad \beta_k)$$

إن طريقة تقدير النموذج (2) تعتمد على هيكل الأخطاء العشوائية، فإذا كانت الأخطاء العشوائية متماثلة ومتجانسة، وغير مرتبطة فيما بينها خلال البعد الزمني والفردي، الذي يُعَبَّرُ عنه إحصائيا كما يلي:

$$\begin{cases} cov(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{it'}) = 0, t \neq t' \\ cov(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}) = 0, i \neq j \end{cases} \text{ …….} (3)$$

في ظل هذه الفرضيات، ولغرض تقدير معلمات النموذج، والسماح للمعلمة: β_{0i}بالتغير بين مجموعات الأفراد نستخدم متغيرات وهمية لكي نتجنب مشكلة التعدد الخطي التام، كما نستعمل طريقة المربعات الصغرى للمتغيرات الوهمية (Least Squares Dummy Variable Model, LSDV)،ولتطبيق هذه الطريقة نقوم ببناء N متغيرة ثنائية (وهمية) وفق الشكل الرياضي التالي[2]:

$$\begin{cases} D_i = 0, i \text{ من الفردأجل} \\ D_i \neq 0, \text{ غير ذلك} \end{cases}$$

يصبح النموذج (2) كما يلي:

$$\mathrm{y_{it} = \beta_0 + \beta_{01} D_1 + \beta_{01} D_1 + \cdots + \beta_{0N} D_N + \beta' x_{it} + \varepsilon_{it}} \text{ …….} (4)$$

من الناحية العملية نقوم بتقدير النموذج أعلاه بدون حد ثابتβ_0 لتفادي مشكلة التعدد الخطي التام، ليصبح النموذج كما يلي:

$$\mathrm{y_{it} = \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \cdots + \beta_N D_N + \beta' x_{it} + \varepsilon_{it}} \text{ …….} (5)$$

نقوم بتقدير معالم النموذج(5) بواسطة طريقة المربعات الصغرى العادية أو طريقة المربعات الصغرى المعممة، إذا كانت الأخطاء غير متجانسة أو مرتبطة فيما بينها.

بعد ذلك نقوم بحساب المعاملات: β_{0i} للنموذج الأصلي رقم (4)وفق العلاقة التالية:

$$\mathrm{\beta_{0i} = \beta_0 + \beta_i} \text{ ……..} (6)$$

مع العلم أن: الحد الثابت يتم الحصول عليه عن طريق حساب متوسطات المعاملات $\mathrm{\beta_i}$ المقدرة.

---

[2] Régis Bourbonnais, Op-cit, P356.

يتم الحصول على نفس النتائج عند استخدام مقدرات داخل الأفراد Within التي تقوم على كتابة المتغيرات التفسيرية والتابعة في الشكل المركز بالنسبة لمتوسطاتها، ثم نقوم بتطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية أو طريقة المربعات الصغرى المعممة للنموذج التالي:

$$y_{it} - \bar{y}_i = \beta'(x_{it} - \bar{x}_i) + \varepsilon_{it}; i = 1,2, \dots, N; t = 1,2, \cdots, T$$

بعد تقدير معاملات β'، يتم الحصول على المعاملات الثابتة للأفراد β_{0i} كما يلي[3]:

$$\begin{cases} \hat{\beta}_{01} = \bar{y}_1 - \hat{\beta}'\bar{x}_1 \\ \hat{\beta}_{02} = \bar{y}_2 - \hat{\beta}'\bar{x}_1 \\ \quad \vdots \\ \hat{\beta}_{0N} = \bar{y}_N - \hat{\beta}'\bar{x}_N \end{cases} \dots\dots (7)$$

- **نموذج التأثيرات العشوائية :**

في نموذج التأثيرات الثابتة يكون: $\varepsilon_{it} \sim N(0;\ \sigma^2)$، ولكي تكون معلمات النموذج تتمتع بخاصة عدم التحيز ، لا بد أن يكون[4] تباين الخطأ ثابتاً لجميع المشاهدات، مع عدم وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء العشوائية خلال الزمن، حيث يصبح لدينا في هذا النوع من النماذج الحد الثابت β_{0i} عبارة عن متغير عشوائي وفق العلاقة التالية:

$$\beta_{0i} = \mu + v_i \dots\dots (8)$$

بتعويض المعادلة(8) في النموذج رقم(1):

$$y_{it} = \mu + \beta' x_{it} + \varepsilon_{it} + v_i \dots\dots (9)$$

يطلق على نموذج التأثيرات العشوائية تسمية أخرى "نموذج مركبات الخطأ" (Error Components Model)، ويعود ذلك لاحتواء النموذج على حدين للخطأ العشوائي وهما: ε_{it} وv_i.

لنبحث عن المميزات الإحصائية لمجموع ε_{it} و v_i، بعد وضع :

$$w_{it} = \varepsilon_{it} + v_i \dots\dots (10)$$

$$\begin{cases} E(w_{it}) = E(\varepsilon_{it} + v_i) = 0 + 0 = 0 \\ Var(w_{it}) = var(\varepsilon_{it}) + var(v_i) = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_v^2 \end{cases} \dots\dots (11)$$

إن طريقة المربعات الصغرى العادية لا تعطي مقدرات كفؤة، مما يؤثر في اختبار المعلمات، لأن:

---

[3] لم نتعرض إلى الطرق بشكل معمق، وبالأخص من الزاويتين الإحصائية والرياضية، لمزيد من البحث والاطلاع، أنظر:
- Jeffrey M. Wooldridge (2001), **Econometric Analysis of cross section and panel data**, England: Massachusetts Institute of Technology press Cambridge, PP247-332.
- Hsiao, Op-cit, PP31-77.

[4] زكرياء يحي الجمال (2012) ، اختيار النموذج في نماذج البيانات الطولية الثابتة والعشوائية، **المجلة العراقية للعلوم الإحصائية**، المجلد 12 ، العدد 21 ، جامعة الموصل، العراق، ص ص272- 274.

$$cov(w_{it}, w_{is}) = \sigma_v^2 \neq 0; t \neq s$$

للتخلص من هذا الإشكال يتم استخدام طريقة المربعات الصغرى المعممة (Generalized Least Squares, GLS) الذي يمثل المتوسط المرجح لمقدرات ما بين الأفراد (Between) وداخل الأفراد (Within).

إن مقدر ما بين الأفراد نرمز له بالرمز: $\hat{\beta}_{Bet}$ الذي يمثل مقدر المربعات الصغرى العادية والمطبق على متوسطات المتغيرات التابعة والمتغيرات المفسرة:

$$\bar{y}_i = \mu + \beta' \bar{x}_i + \bar{w}_i \ \ldots\ldots\ldots \ (12)$$

يعطى مقدر المربعات الصغرى المعممة كما يلي:

$$\hat{\beta}_{GLS} = \Delta \hat{\beta}_{Bet} - (1 - \Delta) \hat{\beta}_{LSDV} \ \ldots\ldots. \ (13)$$

حيث أن: Δ عبارة عن مصفوفة الأوزان، التي تمثل مقلوب مصفوفة التباين والتباين المشترك لـ $\hat{\beta}_{Be}$.

تتم المفاضلة بين نموذج الآثار العشوائية والنموذج التجميعي باستخدام اختبار (Breusch and Pagan (1980 ويكون ذلك من خلال اختبار مضاعف لاقرنج Lagrange multiplier test ، كما يتم المفاضلة بين نموذج الآثار الثابتة ونموذج الآثار العشوائية عن طريق اختبار هوسمان.

المحاضرة السابعة: اختبارات الاستقرارية في بيانات بانل

تم استخدام اختبارات جذر الوحدة في بيانات السلاسل الزمنية خلال سنوات السبعينيات، غير أن تطبيقها على نماذج Panel لم يكن إلا خلال سنوات التسعينيات وكان ذلك على يدي Levin and lin (1992)، أن اختبارات جذر الوحدة يمكن تصنيفها إلى اختبارات الجيل الأول التي درست مشكل الاستقرار في ظل الاستقلالية بين الأفراد ويكون ذلك في حالتي التجانس وعدم التجانس، أما اختبارات الجيل الثاني فتكون في ظل وجود ترابط بين الأفراد، سنحاول أن نتناول بعضا من هذه الاختبارات في النقاط التالية[1]:

➢ **اختبار Levin-Lin-Chu(LLC, 2002):**

إن النموذج الذي اعتمد عليه الباحثان مستوحى من نموذج Dickey and Fuller(1979, 1981)، مع إضافة البعد الفردي، يأخذ النموذج الصيغة الرياضية التالية[2]:

$$\Delta y_{i,t} = \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \phi_{il} \Delta y_{i,t-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \quad \ldots\ldots\ (1);$$
$$i=1,\ldots N\ ;\ t=1,\ldots T$$

إن الفرضيات محل الاختبار هي:

H_0: السلسلة غير مستقرة؛

H_1: السلسلة مستقرة.

- **المرحلة الأولى:**

نعمل على تحديد درجات التأخير للأفراد p_i للنموذج (1) وفقا للمعايير المشهورة (AIC , SC).

- **المرحلة الثانية:**

نقوم بإجراء انحدار $\Delta y_{i,t}$ على $\Delta y_{i,t-1}$ و d_{mt} للحصول على $\hat{e}_{it}$؛

نقوم بإجراء انحدار $y_{i,t-1}$ على $\Delta y_{i,t-1}$ و d_{mt} للحصول على $\hat{v}_{i,t-1}$.

- **المرحلة الثالثة:**

نقوم بجعل الأخطاء في الشكل المعياري المتحصل عليه سابقا، كما يلي:

$$\tilde{e}_{it} = \frac{\hat{e}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon i}}\ ;\ \tilde{v}_{i,t-1} = \frac{\hat{v}_{i,t-1}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon i}}$$

---

(1) لمزيد من التفصيل، يمكنك الرجوع إلى:

Christophe Hurlin, Valérie Mignon (2005), Une synthèse des tests de racine unitaire sur données de panel, **économie et prévision**, 2005/3-4-5, N^0 196-170-171, République Française, PP 253-294

(2)Hsiao, Op-cit, PP386-390.

حيث أن: $\hat{\sigma}_{\varepsilon}$يمثل الانحراف المعياري للأخطاء المحصل عليها من النموذج (1).

- **المرحلة الرابعة:**

نقوم باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية على تقدير النموذج التالي:

$$\tilde{e}_{it} = \rho \tilde{v}_{i,t-1} + \tilde{\varepsilon}_{it} \;\ldots\ldots\; (2)$$

تكــون فرضيـــة العدم $\rho = 0$ ، لاختبـار فرضيـــة العدم تم تعديل إحصائية t-student واقتراح جدول آخر من طرف الباحثين levin et alسنة 2002 [3] .

إن الشرط الضروري لتطبيق اختبارLLC هو أن تكون:$\sqrt{NT}/T \longrightarrow 0$، أما الشرط الكافي فهو أن تكون:$\frac{NT}{T} \rightarrow 0$، وفقا للباحثين فإن الاختبار يكون صالحا إذاكانت قيمة N تتراوح ما بين 10 و 250 ، وعدد مشاهدات T ما بين 5 و 250 ، أما إذاكانت Tصغيرة فإن الاختبار يكون ضعيفا.

إن أهم انتقاد وجه لهذا الاختبار هو أن فرضية العدم تنصّ على عدم وجود جذر الوحدة لكل المقاطع العرضية، لكن من الناحية العملية توجد حالات وسطية، ونقصد بذلك أن بعض المقاطع العرضية تحتوي على جذر الوحدة، وأخرى لا.

- **اختبار Im, pesaran and shin test(2003)**:

إن اختبار IPS جاء ليكمل اختبار LLC، لأنه يسمح للمعاملات أن تكون غير متجانسة، فهو ليس مقيد، حيث أن فرضية العدم تنصّ على أن جميع الأفراد لديهم جذر وحدة:

$$H_0: \rho_i = 0; \;\; \forall i$$

الفرضية البديلة تصاغ كما يلي: ليس كل الأفراد لديهم جذر الوحدة:

$$H_1: \begin{cases} \rho_i < 0; for\ i = 1, \cdots, N_1 \\ \rho_i = 0; for\ i = N_1 + 1, \cdots, N \end{cases}$$

كما أن t_{ρ_i} تمثل إحصائية t-student الفردية من أجل اختبار فرضية العدم $\rho_i = 0$ ، بعد ذلك نقوم بحساب متوسطات اختبارات جذر الوحدة الفردية:

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_{\rho i}$$

[3]Andrew levin, CheinFulin and Chia shangjameschu (2002), Unit root tests in panel data: asymptotic and finite sample properties; **Journal of econometrics**, Vol 108, no 24, North Holland P 14.

هذه الإحصائية تتبع التوزيع الطبيعي المعياري $Z \to N(0;1)$ ، كما أثبتت محاكاة Monto carlo أن اختبارIMP أفضل من LLC في العينات الصغيرة.

➢ **اختبار Breitung(2000)**:

إن المرحلة الأولى من هذا الاختبار هي نفسها التي اجتزناها عند تطبيق اختبار LLC، غير أنها لا تدمج المركبات المحددة.

نقوم بإجراء انحدار $\Delta y_{i,t}$ على $\Delta y_{i,t-1}$ للحصول على البواقي $\hat{e}_{it}$ ، أيضا نجري انحدار $y_{i,t-1}$ على $\Delta y_{i,t-1}$ لنحصل على $\hat{v}_{i,t-1}$ ، بعد ذلك نقوم بتطبيق التحول العمودي إلى الأمام Forward orthogonalization transformation على البواقي$\hat{e}_{it}$ للحصول على e^*_{it}.

أخيرا نقوم بإجراء الانحدار التجميعي التالي:

$$e^*_{it} = \rho v^*_{i,t-1} + \varepsilon^*_{it} \ldots\ldots.. (3)$$

يتم اختبار الفرضيات باستخدام التوزيع الطبيعي المعياري .

➢ **اختبار Hadri(2000) :**

اعتمد الباحث Hadri في دراسته على اختبار Kwiatkowski-Phillips-Schmidt- Shin test (KPSS) المستعمل في أبحاث السلاسل الزمنية، إضافة إلى مضاعف لاغرنج LM، حيث يقوم هذا الاختبار على دراسة سلسلة البواقي الناتجة من انحدار y_{it} على الحد الثابت أو الحد الثابت مضافا إليه مركبة الاتجاه العام، كما أن الفرضيات المراد اختبارها هي[4]:

فرضية العدم: نموذج بانيل مستقر؛

الفرضية البديلة: نموذج بانيل غير مستقر.

إن النموذجين المقترحين من طرف Hadri هما:

$$y_{it} = r_{it} + \varepsilon_{it} \ldots\ldots\ldots\ldots.. (3\text{-}112)$$

$$y_{it} = r_{it} + \beta_i t + \varepsilon_{it} \ldots\ldots.. (3\text{-}113);$$

كما أن: $r_{it} = r_{i,t-1} + \mu_{it}$وكل من: $\varepsilon_{it} \to IIN(0;\ \sigma^2_\varepsilon)$ و $\mu_{it} \to IIN\left(0;\sigma^2_\mu\right)$،

وباستخدام التعويض الخلفي، فإن:

---

[4] Robert Kunst (2011), **<u>Summary based on Chapter 12 of Baltagi: Panel Unit Root Tests</u>**, PhD-Course: Panel Data, University of Vienna, Department of Economics, pp01-09.

$$y_{it} = r_{i0} + \beta_i t + \sum_{s=1}^{t} \mu_{is} + \varepsilon_{it}$$

$$y_{it} = r_{i0} + \beta_i t + v_{it} \ \ldots\ldots. (4)$$

حيث أن: $v_{it} = \sum_{s=1}^{t} \mu_{is} + \varepsilon_{it}$، كما أن فرضية الاستقرار تكون عندما : $\sigma_{\mu}^2 = 0$ (فرضية العدم)وإحصائية LM تعطى كما يلي[5]:

$$LM_1 = \frac{1}{N}\left(\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} S_{it}^2\right) \Big/ \hat{\sigma}_{\varepsilon}^2\right) \ldots\ldots (5)$$

مع العلم أن: $S_{it} = \sum_{s=1}^{t} \hat{\varepsilon}_{it}$ تمثل المجموع الجزئي للبواقي المستخرجة من النموذج (4) ، كما أن $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2$ يمثل مقدر متسق لـ σ_{ε}^2، وفي ظل فرضية العدم فإن: $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_{it}^2$.

تم تعديل إحصائية LM_1من طرف(2000) Hadri عند الأخذ بعين الاعتبار مسألة عدم التجانس بين المقاطع العرضية، مع تقريب هذه الإحصائية إلى التوزيع الطبيعي.

[5]Badi H. Baltagi, Op-cit, PP 246-247.

المحاضرة الثامنة: اختبارات التكامل المشترك في بيانات بانل

1. نماذج بانيل المتكاملة:

أصبح مصطلح "التكامل المتزامن أو المشترك" شائعا في الدراسات القياسية، ويُقْصَدُ به تحديد العلاقات التوازنية بين المتغيرات المدروسة خلال المدى الطويل، فقد يكون الانحدار المتحصل عليها "زائفا"كما أن قيم t-statistic تكون مُضَلِّلَةً للغاية، وذلك ما اتجه إليه الباحث Kao سنة 1999 ، من أشهر الاختبارات المتعلقة بوجود التكامل المشترك أولا في ظل نماذج بانيل، نجد ما يلي[1]:

➢ **اختبار Kao:**

لنعتبر النموذج التالي:

$$y_{it} = x'_{it}\beta + z'_{it}\gamma + e_{it} \;..... (1)$$

اعتمد الباحث Kao على اختباري DF و ADF في دراسته لوجود التكامل المشترك من عدمه، حيث نعتمد على البواقي المقدرة $\hat{e}_{it}$:

$$\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{i,t-1} + v_{it} \;.......(2)$$

أين: $\hat{e}_{it} = \tilde{y}_{it} - \tilde{x}'_{it}\hat{\beta}$ ،$\tilde{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$ ، نختبر الفرضيات التالية:

H_0: لا يوجد تكامل مشترك، H_0 : يوجد تكامل مشترك $(\rho = 1)$.

إن طريقة OLS تعطي لنا مقدر ρوإحصائية t-statistic :

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it}\hat{e}_{i,t-1}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it}^{2}}$$

$$t_{\rho} = \frac{(\hat{\rho}-1)\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\hat{e}_{i,t-1}^{2}}}{s_e} \;....... (3\text{-}118)$$

مع العلم أن: $s_e^2 = \frac{1}{NT}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}(\hat{e}_{it} - \hat{\rho}\hat{e}_{t-1})^2$، وفي ضوء هذه المؤشرات الإحصائية اقترح Kao أربع صيغ لـ DF :

$$DF_{\rho} = \frac{\sqrt{N}T(\hat{\rho}-1)+3\sqrt{N}}{\sqrt{10{,}2}} \;...................... (3)$$

$$DF_t = \sqrt{1{,}25 t_p} + \sqrt{1{,}875N} \;............. (4)$$

---

[1] لمزيد من التفصيل، يمكنك الرجوع إلى:

- Mauro Costantini (2010), **<u>Panel unit root and cointegration methods</u>**, University of Vienna of economics, http://homepage.univie.ac.at/mauro.costantini/master_class_2010.pdf, Badi H. Baltagi, Op-cit, PP 252-256.

$$DF_{\rho}^{*} = \frac{\sqrt{N}T(\hat{\rho}-1)+\frac{3\sqrt{N}\hat{\sigma}_{v}^{2}}{\hat{\sigma}_{ov}^{2}}}{\sqrt{3+\frac{36\hat{\sigma}_{v}^{4}}{5\hat{\sigma}_{ov}^{4}}}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$DF_{t}^{*} = \frac{t_{p}+\frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_{v}}{2\hat{\sigma}_{ov}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{ov}^{2}}{2\hat{\sigma}_{v}^{2}}+\frac{3\hat{\sigma}_{v}^{2}}{10\hat{\sigma}_{ov}^{2}}}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

حيث أن: $\hat{\sigma}_{v}^{2} = \hat{\Sigma}_{yy} - \hat{\Sigma}_{yx}\hat{\Sigma}_{xx}^{-1}$ ،$\hat{\sigma}_{ov}^{2} = \hat{\Omega}_{yy} - \hat{\Omega}_{yx}\hat{\Omega}_{xx}^{-1}$.

بالنسبة لاختبار ADF فإنه يقوم على الانحدار التالي:

$$e_{it} = \rho e_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{p} v_{j}\Delta e_{i,t-j} + v_{itp} \ldots\ldots (7)$$

حيث أن فرضية العدم تنصّ على عدم وجود تكامل مشترك. إن إحصائية ADF تعطى كما يلي:

$$ADF = \frac{t_{ADF}+\frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_{v}}{2\hat{\sigma}_{ov}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{ov}^{2}}{2\hat{\sigma}_{v}^{2}}+\frac{3\hat{\sigma}_{v}^{2}}{10\hat{\sigma}_{ov}^{2}}}} \ldots\ldots (8)$$

حيث أن: t_{ADF} تمثل إحصائية t للمعلمة ρ ، كما أن: $DF_{\rho};\ DF_{t};\ DF_{\rho}^{*};\ DF_{t}^{*};ADF \sim$ $N(0;1)$.

➢ **اختبار PEDRONI(2000,2004)** :

اقترح Pedroni اختباراً للكشف عن وجود تكامل مشترك، حيث تمثل إحصائية Philiips and Quliaris نقطة بداية هذا الاختبار:

$$\tilde{Z}_{\rho} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\sum_{t=1}^{T}\left(\hat{e}_{i,t-1}\Delta\hat{e}_{it}-\hat{\lambda}_{i}\right)}{\sum_{t=1}^{T}\hat{e}^{2}{}_{i,t-1}} \ldots\ldots. (9)$$

مع العلم أن: $\hat{e}_{it}$ يتم تقديرها من النموذج: $y_{it} = \alpha_{i} + x_{it}'\beta + e_{it}$.

كما أن: $\lambda_{i} = \frac{1}{2}\left(\hat{\sigma}_{i}^{2} - \hat{s}_{i}^{2}\right)$، أين: $\hat{\sigma}_{i}^{2}$ ، $\hat{s}_{i}^{2}$ تمثل التباينات خلال المدى الطويل والفترة الحالية للبواقي $\hat{e}_{it}$.

تقوم إحصائية Pedroni على العلاقة التالية:

$$Z_{t_{\hat{\rho}NT}} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{L}_{11i}^{-2}\left(\hat{e}_{i,t-1}\Delta e_{it}-\hat{\lambda}_{i}\right)}{\sqrt{\tilde{\sigma}_{NT}^{2}\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}L_{11i}^{-2}\hat{e}_{i,t-1}^{2}\right)}} \ldots\ldots. (10)$$

حيث أن: $\tilde{\sigma}_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\hat{\sigma}_i^2}{\hat{L}_{11i}^2}$، كما أن: $\hat{L}_i$ تمثل العناصر المتواجدة ما تحت القطر الرئيسي من مصفوفة التباين والتباين المشترك في المدى الطويل $\widehat{\Omega_l}$ ، بعد تطبيق تحليل (Composition Cholesky Cholesky)،تعرف هذه العناصر رياضيا كما يلي: $\hat{L}_{11i} = \frac{\hat{\sigma}_\mu^2 - \hat{\sigma}_{\mu\varepsilon}^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}$ و $\hat{L}_{22i} = \hat{\sigma}_\varepsilon$ (التباين الشرطي في المدى الطويل).

إن الإحصائية المتواجدة في المعادلة رقم (10)تتقارب إلى التوزيع الطبيعي، وذلك بعد إجراء التحويل التالي: $Z_{t_{\hat{\rho}NT}} + 1.76\sqrt{N} \rightsquigarrow N(0; 0.93)$.

هذه بعض الاختبارات الخاصة بالكشف عن وجود تكامل مشترك في تحليل بانيل، أما عن أشهر طرق التقدير المستخدمة في هذا النوع من النماذج نجد[2] : طريقة المربعة الصغرى العادية المعدلة بشكل كامل (Fully Modified Ordinary Least Square, FMOLS) المقترحة من طرف الباحثين Chiang and Kao سنة 2000، إضافة لهذه الطريقة توجد طريقة المربعات الصغرى العادية الديناميكية (Dynamic Ordinary Least Square, DOLS).

[2] لمزيد من التفصيل يمكنك الرجوع إلى:

- Badi H. Baltagi, Op-cit, PP 257-263.

المحاضرة التاسعة: نماذج PANEL–VAR

نماذج بانيل وأشعة الانحدار الذاتي (Panel Vector Autoregressive Models; PVAR):

إن نماذج P-VAR لها نفس الهيكل نماذج VAR، حيث يتم التعامل مع جميع المتغيرات بأنها داخلية ومترابطة فيما بينها، لكن يضاف إلى هذا بعد الأفراد الذي قد يكون ممثلا للدول، أو القطاعات الاقتصادية، أو الأسواق العالمية...الخ.يتم استخدام نماذج P-VAR عند تحليل انتقال الصدمات المالية في الأسواق العالمية، أو عند دراسة مسألة الاتحاد النقدي بين مجموعة من الدول، حيث تكون درجة الاستجابة تختلف حسب اختلاف البلدان إذا كان الحد الثابت بتغير، أو عند دراسة درجة فعالية السياسة المالية حسب المناخ الاقتصادي للدول وتصنيفاتها العالمية.

تأخذ هذه النماذج الصيغة العامة الرياضية التالية:

$$\Phi(L)w_{it} = w_{it} - \Phi_1 w_{i,t-1} - \cdots - \Phi_p w_{i,t-p} = \alpha_i^* + \delta^* t + \varepsilon_{it} \text{ ...... } (1)$$
$$i=1,\ldots\ldots N \; ; \; t=1,\ldots\ldots T$$

حيث أن: w_{it} شعاع المتغيرات الداخلية التي يحتويها النظام $(m \times 1)$ ، α_i^*شعاع الحدود الثابتة والذي يتغير حسب الأفراد$(m \times 1)$، δ^* شعاع يتكون من ثوابت $(m \times 1)$ ، ε_{it}شعاع المتغيرات العشوائية يخضع للفرضيات الكلاسيكية.

النموذج رقم (1) يأخذ أربع أشكال[1]:

- ✓ نموذج P-VAR مستقر مع وجود تأثير للأفراد؛
- ✓ نموذج P-VAR مستقر مع وجود مركبة الاتجاه العام وتأثير للأفراد؛
- ✓ نموذج P-VAR غير مستقر غير متكامل مع تأثير للأفراد؛
- ✓ نموذج P-VAR متكامل مع وجود تأثير للأفراد.

---

[1] لمزيد من التفصيل، يمكنك الرجوع إلى:

Hsiao, Op-cit, PP370-375.

إن أشهر الطرق المستخدمة في تقدير هذا النوع من النماذج الطريقة العامة للعزوم (The Generalized-Method of Moments ; GMM)، طريقة أعظم احتمال، طريقة الحد الأدنى للمسافات (Minimum-Distance Estimator)

المحاضرة العاشرة

عرفت نماذج بانل تطورات عديدة في هيكلها وبنيتها خاصة مع تطور تقنيات القياس الاقتصادي الحديث، حيث تعد النماذج الديناميكية أداة مهمة في تمثيل التوقعات وظواهر التعديل، فنماذج الانحدار الذاتي للفجوات الزمنية الموزعة المقترحة من طرف[1] Pesaran et al (2000) جاءت لتسد الفجوة التي تعاني منها النماذج المقترحة من طرف Engle and Granger (1987) و Johansen(1991) ، إذ تفترض هذه النماذج أن تكون المتغيرات المدروسة لها نفس رتبة التكامل المشترك (تساوي إلى الواحد) لدراسة إمكانية وجود علاقة توازنية في المدى الطويل، كما أن السلاسل المستقرة عند المستوى (أي التي لها رتبة تكامل مساوية للصفر) لا يمكن إدراجها ضمن المقاربات السابقة .

إن الجديد في هذا النوع من النماذج أنها تتيح للباحث استخدام مزيج من السلاسل المتكاملة سواء كانت من الرتبة 0 أو الرتبة 1، كما تتيح للباحث تحديد العلاقة في المدى القصير والمدى الطويل. فإذا أخذنا نموذج Panel-ARDL(p,q) نجده يكتب وفق الشكل الرياضي التالي:

$$Y_{it} = \sum_{j=1}^{p} \lambda_{ij} Y_{i,t-j} + \sum_{j=0}^{q} \grave{\delta}_{ij} X_{i,t-j} + \mu_i + \varepsilon_{it} \ \ldots(01)$$

حيث أن: $i = 1, \ldots\ldots N$ و التي تمثل عدد الأفراد 9، $t = 1, \ldots \ldots T$ (عدد سنوات) ، μ_i يمثل تأثيرات المقطع العرضي (Cross-section effects). p يمثل درجة تأخير المتغير التابع، q يمثل درجة تأخير المتغير المستقل.

كما أشرنا سابقا فإن نموذج Panel-ARDL(p,q) يسمح بتحديد العلاقة في المدى القصير والطويل لتصبح العلاقة 01كما يلي[2]:

$$\Delta Y_{it} = \emptyset_i\left(Y_{i,t-1} - \grave{\theta}_i X_{it}\right) + \sum_{j=1}^{p} \lambda_{ij}^{*} \Delta Y_{i,t-j} + \sum_{j=0}^{q} \grave{\delta}_{ij}^{*} \Delta X_{i,t-j} + \mu_i + \varepsilon_{it} \ldots.(02)$$

حيث أن: $\emptyset_i$ تمثل سرعة التعديل و هي معلمة سالبة ومعنوية تختلف عن الصفر من أجل إعادة المتغيرات إلى التوازن في المدى البعيد وهو ما يعرف بتصحيح الخطأ.

[1] Pesaran, M., Shin, Y. and Smith, R.(2001). **"Bounds Testing Approaches to the Analysis of Level Relationships".** Journal of Applied Econometrics, Vol.16, pp. 289-326.

[2] Edward F. Blackburne and Mark W. Frank (2007), Estimation of nonstationary heterogeneous panels**"**, The Stata Journal, Vol 7, No 02, pp-197-208.

كما أن: $\emptyset_i = -\left(1-\sum_{j=1}^{p}\lambda_{ij}\right)$ ، $\theta_i = \frac{\sum_{j=0}^{q}\delta_{ij}}{1-\sum k\lambda_{ik}}$ ، $\lambda_{ij}{}^{*} = -\sum_{m=j+1}^{p}\lambda_{im}\ \ (j = 1, \dots . p-1)$

$$\delta_{ij}{}^{*} = -\sum_{m=j+1}^{q}\delta_{ij}\,;(j = 1, \dots . q-1)$$

يتم تقدير النموذج (02) بثلاث طرق:

- طريقة مقدر وسط المجموعة (Mean Group Estimator, MG) والتي قدمها كل من Pesaran and Smith سنة 1995 [3]، حيث يتم تقدير N من الانحدارات المنفصلة ليحسب متوسط المعاملات المتحصل عليها، يعطى معامل تصحيح الخطأ المقدر وفق هذه الطريقة كما يلي:

$$\widehat{\emptyset} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\widehat{\phi_\iota} \ldots ..(03)$$

- طريقة مقدر وسط المجموعة المدمجة (Pooled mean group estimator, PMG) ، والمقدمة من طرف Hashem PESARAN, Yongcheol SHIN, and Ron P. SMITH سنة 1999 ، حيث جاءت هذه الطريقة كبديل يجمع بين تقدير الانحدارات بشكل منفصل لكل مجموعة مما يتيح اختلاف المعلمات وتباين الأخطاء باختلاف المجموعات (الأفراد)، كما تقوم هذه الطريقة على الاستعانة بمقدرات الآثار الثابتة (Fixed effects estimators) التي تفترض أن جميع الميول وتباينات الأخطاء هي نفسها، يضاف إلى هذا أن هذه الطريقة تسمح بتحديد الآثار الديناميكية لكل فرد (ولاية، دولة،...) مع الأخذ بعين الاعتبار عدد مشاهدات السلاسل الزمنية المتاحة[4]؛
- طريقة مقدر الآثار الديناميكية الثابتة (Dynamic Fixed Effects, DEF) تفترض هذه الطريقة أن تكون معاملات المدى الطويل متساوية باختلاف المجموعات.

يتم المفاضلة بين الطرق السابقة باستخدام اختبار هوسمان Hausman test الذي يأخذ الصيغة الرياضية التالية:

$$H = \widehat{q'}[var(\hat{q})]^{-1}\hat{q} \ \ldots \ldots . (04)$$

---

[3] M. Hashem Pesaran and Ron Smith (1995) ; Estimating long-run relationships from dynamic heterogeneous panels”, journal of econometrics, vol 68, pp 79-113.

[4] M. Hashem Pesaran, Yongcheol Shin, and Ron P. Smith (1999) ; Pooled Mean Group Estimation of Dynamic Heterogeneous Panels”, Journal of the American Statistical Association, Vol. 94, No. 446, P630.

حيث أن: $\hat{q}$ يمثل شعاع الفرق بين مقدرات الطرقتين المراد المفاضلة بينهما (مثلا: MG و PMG)، $var(\hat{q})$ مصفوفة التباين والتباين المشترك، وللإشارة فإن إحصائية Hausman تتبع توزيع x^2 بدرجة حرية K (عدد المتغيرات المستقلة).

المحاضرة الحادية عشر: مدخل إلى نماذج المتغيرات الكيفية

في كل النماذج السابقة التي تطرقنا إليها سابقا كان المتغير التابع متغير كمي، في حين كانت المتغيرات المفسرة إما كمية أو مزيجا بين المتغيرات الكمية والكيفية.

سنحاول في هذا المحور أن نتناول نوعا من النماذج الأخرى أين يكون المتغير التابع " نوعيا"، وعلى الرغم من زيادة استعمال هذه النماذج إلا أن المشكل الرئيسي الذي يواجهنا هو تفسير نتائج التقدير.

1- النموذج الاحتمالي الخطي:

لنفرض أن Y_i تمثل قرار المستهلك بشراء سلعة أم لا، وبافتراض أننا استجوبنا 1000 شخص i=1,2,.....1000 ، وكان المتغير المفسر هو السعر $price_i$ ، إذن النموذج سيكون كما يلي:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i \;\ldots\ldots(1)$$

حيث أن: $Y_i = \begin{cases}1\\0\end{cases}$، حيث أن: 1 : تعني قرار الشراء، 0 تعني قرار عدم الشراء.

إذا كانت : $E(\varepsilon_i) = 0$، فإن: $E(Y_i) = \beta_1 + \beta_2 X_i$ ؛

من جهة أخرى فإن احتمال قرار الشراء هو $P(Y_i = 1) = P_i$ ، أما احتمال قرار عدم الشراء هو $P(Y_i = 0) = 1 - P_i$ ، وعليه القيمة المتوقعة لـ Y_i يمكن صياغتها كما يلي:

$$E(Y_i) = 1.P(Y_i = 1) + 0.P(Y_i = 0) = P_i$$

أي أن: $P_i = \beta_1 + \beta_2 X_i$.

كما يمكن القول: $E(Y_i/X_i) = \beta_1 + \beta_2 X_i = P_i$

اذا افترضنا أن المستهلك قرر الشراء، يعني أن: $Y_i = 1$ ، وبالتعويض في المعادلة (1) نجد أن:

$$\varepsilon_i = 1 - (\beta_1 + \beta_2 X_i) = P_i$$

أما إذا قرر المستهلك عدم الشراء فإن:

$$\varepsilon_i = 0 - (\beta_1 + \beta_2 X_i) = 1 - P_i$$

وعليه:

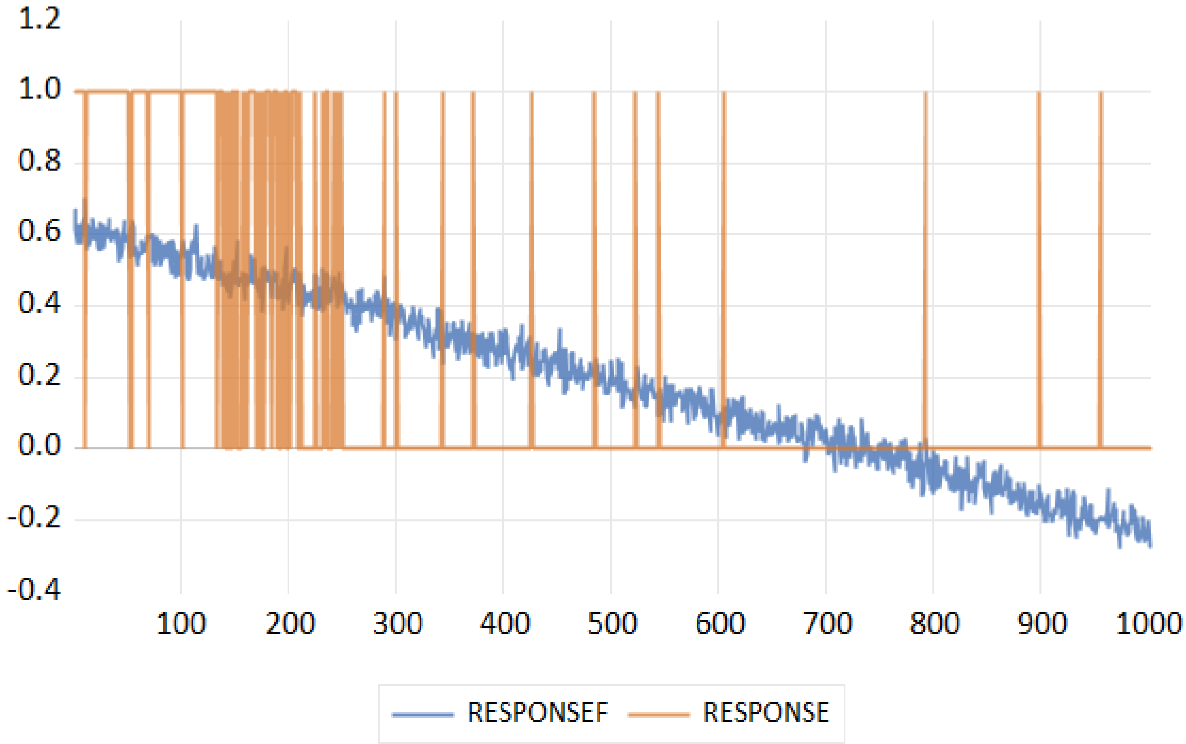
$$Var(\varepsilon_i) = E({\varepsilon_i}^2) = P_i(1 - \beta_1 + \beta_2 X_i)^2 + (1 - P_i)(-\beta_1 - \beta_2 X_i)^2$$

بعد التبسيط ستحصل على ما يلي:

$$Var(\varepsilon_i) = P_i(1 - P_i)$$

أي أن تباين الأخطاء العشوائية غير ثابت وهو ما يحدث مشكل عدم تجانس الأخطاء.

يضاف إلى هذا أن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية سينتج عنه في أغلب الأحيان ضعف معامل التحديد، كما أن السلسلة الحقيقية والمقدرة بعيدتان كل البعد عن بعضهما، مثلما هو موضح في الشكل الموالي أن توفرت لنا عينة من 1000 مستجوب حول قرار الشراء كمتغير تابعن أما المتغير المستقل فهو السعر.



مع العلم أن السلسلة الحقيقية وهي قرار الشراء باللون الأصفر (تأخذ قيم 0 أو 1)، أما السلسلة المقدرة فهي باللون الأزرق، والتي نتجت من تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على النموذج (1).

نلاحظ من خلال الشكل أن نتائج التنبؤ أعطت قيما سالبة، أي أنها تقع خارج الحدود (0، 1) ، يضاف إلى هذا أن الأخطاء العشوائية لا تتبع التوزيع الطبيعي بل تتبع توزيع برنولي.

وعليه لا بد من التفكير في نموذج آخر يراعي هذه المشاكل وهو ما سنقوم بتقديمه في المحاضرة الموالية.

المحاضرة الثانية عشر: نموذج لوجيت بنيته الرياضية وكيفية تقديره واختبار معلماته

يمثل نموذج لوجيت أحد النماذج المستخدمة بكثرة في حال كون المتغير التابع من النوع الكيفي، حيث يأخذ هذا النموذج الشكل الرياضي التالي:

$$\Pr[y_i = 1] = \frac{\exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)}{1 + \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)}$$

كما أن:

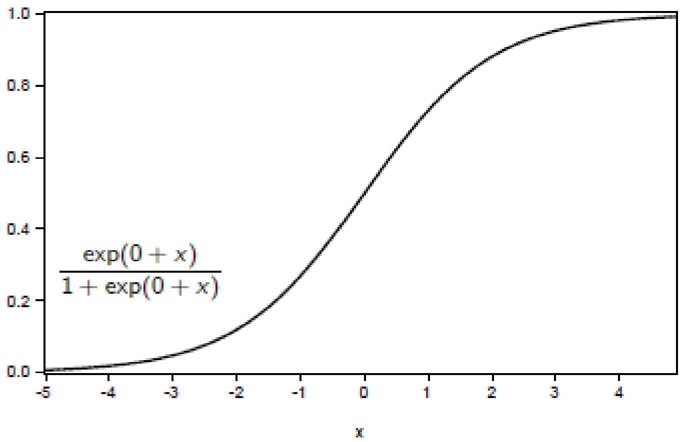
$$\Pr[y_i = 0] = 1 - \frac{\exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)}{1 + \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)} = \frac{1}{1 + \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)}$$

حيث أن: $Y_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$، أي أن: $Y_i \sim Bernoulli(P_i)$

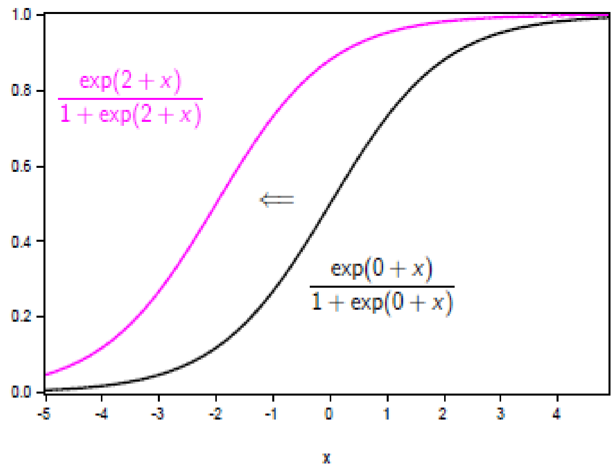
$$P(Y_i = 1) = P_i$$

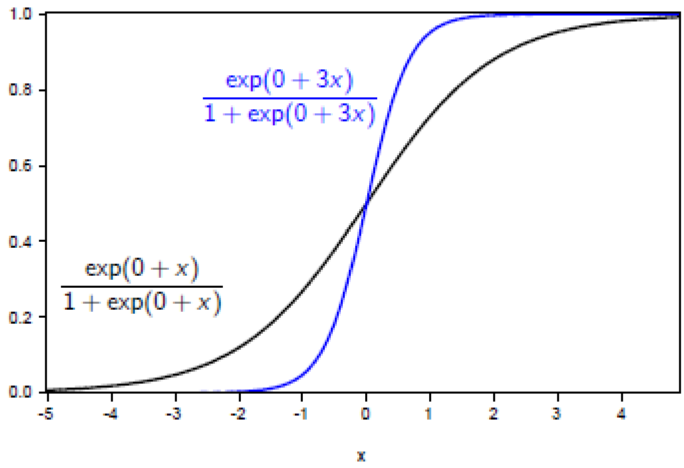
$$P(Y_i = 0) = 1 - P_i$$

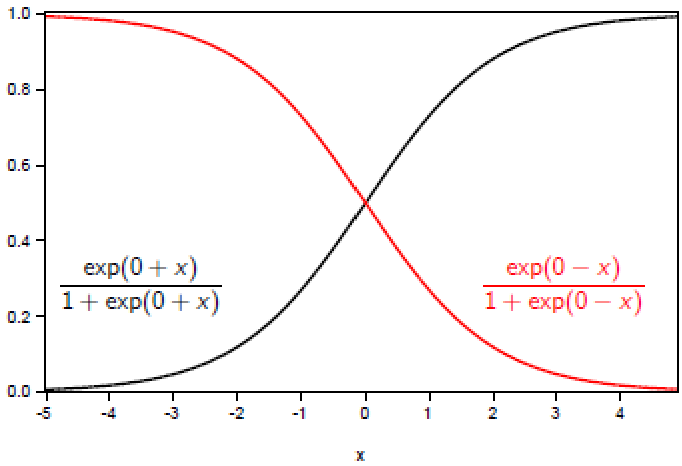
إن التمثيل الرياضي لدالة لوجيت يكون وفق الشكل التالي:



ولفهم طبيعة هذه الدالة أكثر، عند تعير معلمات هذا النموذج يمكن الاستعانة بالأشكال الموالية:







ضمن هذا النموذج يمكن التعرف على المصطلحات التالية:

- **نسبة الاحتمال Odds Ratio :**

وهي تمثل احتمال قرار الشراء إلى احتمال قرار عدم الشراء، وبصفة عامة النسبة بين احتمال وقوع الحادث Y_i واحتمال عدم وقوعه، يمكن التعبير عن ذلك رياضيا في حالة نموذج بسيط يحتوي على متغيرة مفسرة واحدة ، كما يلي:

Logit model:

$$\Pr[y_i = 1] = \frac{\exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)}{1 + \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)}$$

$$\Pr[y_i = 0] = \frac{1}{1 + \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)}$$

Odds ratio:

$$\frac{\Pr[y_i = 1]}{\Pr[y_i = 0]} = \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i)$$

Log odds ratio:

$$\log\left(\frac{\Pr[y_i = 1]}{\Pr[y_i = 0]}\right) = \beta_1 + \beta_2 x_i$$

أما في حالة وجود أكثر من متغير مفسر فإن نسبة الاحتمال ولوغاريتم نسبة الاحتمال يكون كما يلي:

$$\Pr[y_i = 1] = \frac{\exp(\beta_1 + \sum_{j=2}^{k} \beta_j x_{ji})}{1 + \exp(\beta_1 + \sum_{j=2}^{k} \beta_j x_{ji})}$$

Log odds ratio:

$$\log\left(\frac{\Pr[y_i = 1]}{\Pr[y_i = 0]}\right) = \beta_1 + \sum_{j=2}^{k} \beta_j x_{ji}$$

– الأثر الحدي Marginal effect:

وهو يعبر عن التغير في احتمال $Y_i = 1$ الناتج من تغير X_i ن ويتم حسابه وفق العلاقة التالية:

$$\frac{d\Pr[y_i = 1]}{d\ x_i} = \Pr[y_i = 1]\Pr[y_i = 0]\beta_2$$

أما متوسط الأثر الحدي فيساوي:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{d\Pr[y_i = 1]}{d\ x_i} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Pr[y_i = 1]\Pr[y_i = 0]\right)\beta_2$$

– تقدير نموذج لوجيت

يتم تقدير نموذج لوجيت باستخدام طريقة المعقولية العظمى، ومن أجل تشكيل دالة المعقولية العظمى ننطلق من أجل المشاهدة $Y_i = 1$ ، حيث تكون هذه الدالة كما يلي:

$$\Pr[y_i = 1] = \frac{\exp(x_i'\beta)}{1 + \exp(x_i'\beta)}$$

أما من أجل المشاهدة $Y_i = 0$ ، فإن هذه الدالة تكون مساوية إلى:

$$\Pr[y_i = 0] = \frac{1}{1 + \exp(x_i'\beta)}$$

ومن أجل المشاهدة i تكون هذه الدالة كما يلي:

$$\left(\frac{\exp(x_i'\beta)}{1 + \exp(x_i'\beta)}\right)^{y_i}\left(\frac{1}{1 + \exp(x_i'\beta)}\right)^{1-y_i}$$

إن نموذج لوجيت وفق الشكل الشعاعي يكتب كما يلي:

$$\Pr[y_i = 1] = \frac{\exp(x_i'\beta)}{1 + \exp(x_i'\beta)},$$

where $x_i = (1, x_{2i}, \ldots, x_{ki})'$ and $\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_k)'$

يستحيل كتابة هذا النموذج وفق الشكل الخطي المتعارف عليه:

$$Y_i = {X_i}'\beta + \varepsilon_i$$

إن دالة المعقولية لـ n مشاهدة مستقلة تكتب كما يلي:

$$L(\beta)=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\exp(x_i'\beta)}{1+\exp(x_i'\beta)}\right)^{y_i}\left(\frac{1}{1+\exp(x_i'\beta)}\right)^{1-y_i}$$

لوغاريتم دالة المعقولية العظمى:

$$\begin{aligned}\log(L(\beta))&=\sum_{i=1}^{n}y_i\log\left(\frac{\exp(x_i'\beta)}{1+\exp(x_i'\beta)}\right)+(1-y_i)\log\left(\frac{1}{1+\exp(x_i'\beta)}\right)\\&=\sum_{i=1}^{n}y_ix_i'\beta-\log(1+\exp(x_i'\beta)),\end{aligned}$$

إن اشتقاق دالة المعقولية وجعلها مستوية للصفر، سيعطي لنا النتيجة التالية:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\log(L(\beta))}{\partial\beta}&=\frac{\partial\sum_{i=1}^{n}y_ix_i'\beta-\log(1+\exp(x_i'\beta))}{\partial\beta}=0\\&=\sum_{i=1}^{n}y_ix_i'-\frac{\exp(x_i'\beta)x_i'}{1+\exp(x_i'\beta)}=0\end{aligned}$$

لإيجاد مقدر β نستعمل الطرق الرقمية numerical methods .

– خصائص مقدر المعقولية العظمى

يتمتع مقدر المعقولية العظمى بالخصائص التالية:

- الاتساق؛
- الفعالية من أجل حجم العينات الكبيرة؛
- يتقارب الى التوزيع الطبيعي، حيث أن: $b\approx\mathcal{N}(\beta;V)$ ، حيث أن: V هي مصفوفة التباين والتباين المشترك، ويتم تقديرها كما يلي:

$$\hat{V}=\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\exp(x_i'b)}{1+\exp(x_i'b)}\right)\left(\frac{1}{1+\exp(x_i'b)}\right)x_ix_i'\right)^{-1}$$

– اختبار معلمة نموذج لوجيت

إن اختبار معنوية معلم نموذج لوجيت يكون بنفس المنهجية في النماذج الخطية، حيث تكون الفرضيات المراد اختبارها والقيمة المحسوبة كما يلي:

$$H_0:\ \beta_j=0 \text{ versus } H_1:\ \beta_j\neq 0$$

$$z_j=\frac{b_j-0}{\mathrm{SE}(b_j)}\approx N(0,1),$$

حيث أن: $SE(b_j)$ الانحراف المعياري للمعلمة b_j .

– **اختبار مجموعة من القيود حول المعلمات**

لاختبار مجموعة من القيود حول المعلمات ستكون المفاضلة أو المقارنة بين:

- نموذج لوجيت بدون قيود على المعلمات وتقدير الشعاع b_1 ؛
- نموذج لوجيت مع وجود m قيد وتقدير الشعاع b_0 .

فرضية العدم تشير إلى أن m قيد حول المعلمات صحيحة.

من أجل القيام بالاختبار نحن في حاجة إلى:

- $L(b_1)$: قيمة أعظم احتمال للنموذج الكلي؛
- $L(b_0)$: قيمة أعظم احتمال للنموذج المقيد؛

$$LR = -2\left[log\left(L(b_0)\right) - log\left(L(b_1)\right)\right] \approx {\chi^2}_m$$

المحاضرة الثالثة عشر: مؤشرات المطابقة والتنبؤ في نموذج لوجيت

– البواقي

إن بواقي نموذج لوجيت يمكن استخراجها كما يلي:

$$\begin{aligned} y_i - \mathrm{E}[y_i] &= y_i - (0 \times \Pr[y_i = 0] + 1 \times \Pr[y_i = 1]) \\ &= y_i - \Pr[y_i = 1] \\ &= y_i - \frac{\exp(x_i' b)}{1 + \exp(x_i' b)} \end{aligned}$$

Interesting cases:

- Lower bound: $y_i - \mathrm{E}[y_i] \approx -1$
- Upper bound: $y_i - \mathrm{E}[y_i] \approx 1$
- Perfect fit $y_i - \mathrm{E}[y_i] \approx 0$

– قياس المطابقة في نموذج لوجيت

نقصد بالمطابقة مدى تطابق السلسلة الحقيقية مع السلسلة المقدرة، ومن أجل القيام بذلك نحتاج لتعريف ما يلي:

- $L(b)$: قيمة دالة المعقولية العظمى للنموذج المقدر؛
- $L(b_0)$: قيمة المعقولية العظمى للنموذج الصفري والذي يحتوي على الحد الثابت فقط.

تكون المطابقة تامة إذا كانت $L(b) \approx 1$ أو $log(L(b)) \approx 0$ ن وهنا نميز بين مؤشرين:

- McFadden R^2:

$$R^2 = 1 - \frac{\log(L(b))}{\log(L(b_1))}$$

- Nagelkerke R^2:

$$R^2 = \frac{1 - \left(\frac{L(b_1)}{L(b)}\right)^{2/n}}{1 - L(b_1)^{2/n}}$$

– التنبؤ الاحتمالي

إذا توفرت لدينا المشاهدة المستقبلية x_{n+1} ، يمكن إجراء التنبؤ لـ y_{n+1} وفق الشكل التالي:

$$
\begin{aligned}
E[y_{n+1}] &= 0 \times \Pr[y_{n+1} = 0] + 1 \times \Pr[y_{n+1} = 1] \\
&= \Pr[y_{n+1} = 1] \\
&= \frac{\exp(x'_{n+1}\beta)}{1 + \exp(x'_{n+1}\beta)}
\end{aligned}
$$

To estimate this probability we replace β by its estimate b and obtain $\widehat{\Pr}[y_{n+1} = 1]$.

ما يلاحظ في التنبؤ باستخدام نموذج لوجيت أن التنبؤات لن تكون مساوية تماما إلى 1 أو الصفر، بل هي قيم احتمالية، وللتخلص من هذا الاشكال نحول التنبؤات $\hat{y}_{n+1}$ إلى 0 أو 1 وفق القاعدة التالية:

$$
\begin{aligned}
\hat{y}_{n+1} &= 1 \text{ if } \widehat{\Pr}[y_{n+1} = 1] > c \\
\hat{y}_{n+1} &= 0 \text{ if } \widehat{\Pr}[y_{n+1} = 1] \leq c.
\end{aligned}
$$

عديد من البرمجيات الخاصة بالقياس الاقتصادي تأخذ قيمة c مساوية إلى 0.5.

– تقييم التنبؤات

بافتراض أنه لدينا m عنصر خارج العينة سنقوم بالتنبؤ به، حيث سنرمز له بالرمز $\hat{y}_i$. إن التنبؤات الصحيحة والغير صحيحة تكون كما يلي:

$m_{11} = \sum_{i=1}^{m} y_{n+i}\hat{y}_{n+i}$	data=1 & prediction=1
$m_{00} = \sum_{i=1}^{m} (1 - y_{n+i})(1 - \hat{y}_{n+i})$	data=0 & prediction=0
$m_{10} = \sum_{i=1}^{m} y_{n+i}(1 - \hat{y}_{n+i})$	data=1 & prediction=0
$m_{01} = \sum_{i=1}^{m} (1 - y_{n+i})\hat{y}_{n+i}$	data=0 & prediction=1

إن التنبؤات الصحيحة وغير الصحيحة يمكن تقديمها في الجدول الموالي:

Classify predictions in right and wrong:

observed	predicted $\hat{y} = 0$	predicted $\hat{y} = 1$	sum
$y = 0$	m_{00}/m	m_{01}/m	$(m_{00} + m_{01})/m$
$y = 1$	m_{10}/m	m_{11}/m	$(m_{10} + m_{11})/m$
sum	$(m_{00} + m_{10})/m$	$(m_{01} + m_{11})/m$	1

The fraction $m_{00}/m + m_{11}/m$ is called the hit rate.

إن نسبة التنبؤات الصحيحة هي : $\frac{m_{00}}{m} + \frac{m_{11}}{m}$ ، كما يصطلح على هذه النسبة بمعدل الإصابة hit rate ، أما نسبة التنبؤات الخاطئة فهي: $\frac{m_{01}}{m} + \frac{m_{10}}{m}$.