المحاضرة الرابعة:

1-3- حالات خاصة:

يمكن أن نصادف عدة حالات خاصة أثناء إيجاد الحل بالطريقة البيانية منها ما يلي:

1-3-1-تعدد الحلول المثلى:

في هذه الحالة نجد على الأقل رأسين من رؤوس المضلع المحدد لمنطقة الحلول الممكنة يحققان حلا أمثلا للمشكلة، كما هو موضح في المثال الموالي:

مثال: أوجد الحل الأمثل للبرنامج التالي باستعمال الطريقة البيانية:

$$\text{Max } z = 5x_1 + 10x_2$$

S.t

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 40 \text{ ……..} (1) \\ x_1 + 3x_2 \leq 45 \text{……..} (2) \\ x_1 , x_2 \geq 0 \end{cases}$$

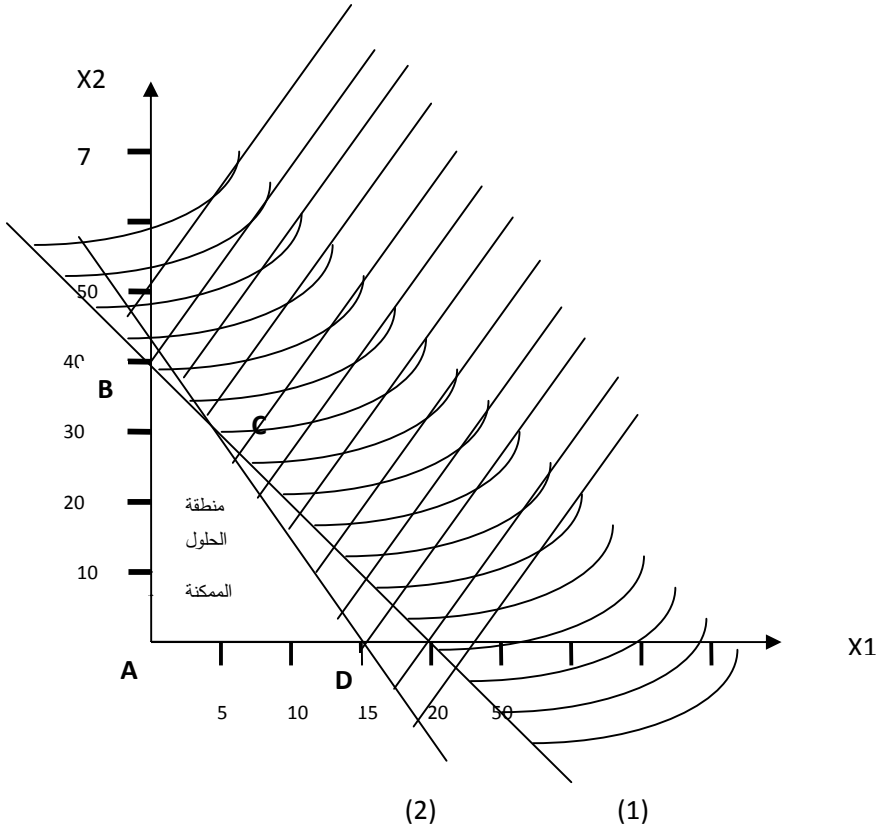
و لتمثيل المشكلة بيانيا يتم تحويل القيود إلى معادلات كالآتي:

$x_1 + 2x_2 = 40$…….. (1)

$x_1 + 3x_2 = 45$……..(2)

المستقيم (1)		المستقيم (2)	
$x_1 + 2x_2 = 40$		$x_1 + 3x_2 = 45$	
x_1	x_2	x_1	x_2
0	**20**	**0**	**15**
40	**0**	**45**	**0**

إن جميع النقاط داخل المنطقة المضللة تمثل منطقة الحل الممكن و التي تقع ضمنها جميع النقاط



التي تحقق القيدين في آن واحد، و يتم تحديد الحل الأمثل بتعويض كل من الحلول الأربعة A, B,C,D في دالة الهدف كالآتي:

المنطقة	x_1	x_2	$Max\ z = 5\ x_1 + 10\ x_2$
A	0	0	0
B	0	15	150
C	**30**	**5**	**200**
D	40	0	**200**

من الجدول نلاحظ أن النقطتين C و D تحقق لدالة الهدف قيمة عظمى مساوية إلى 200 ، و بالتالي فإن للمشكلة أكثر من حل.

1-3-2-لا نهائية الدالة (الحلول): في هذه الحالة منطقة الحل تكون مفتوحة و ليست مغلقة.

مثال: حدد منطقة الحل الممكن للبرنامج التالي:

$$\text{Max } z = 2x_1 + 4x_2$$

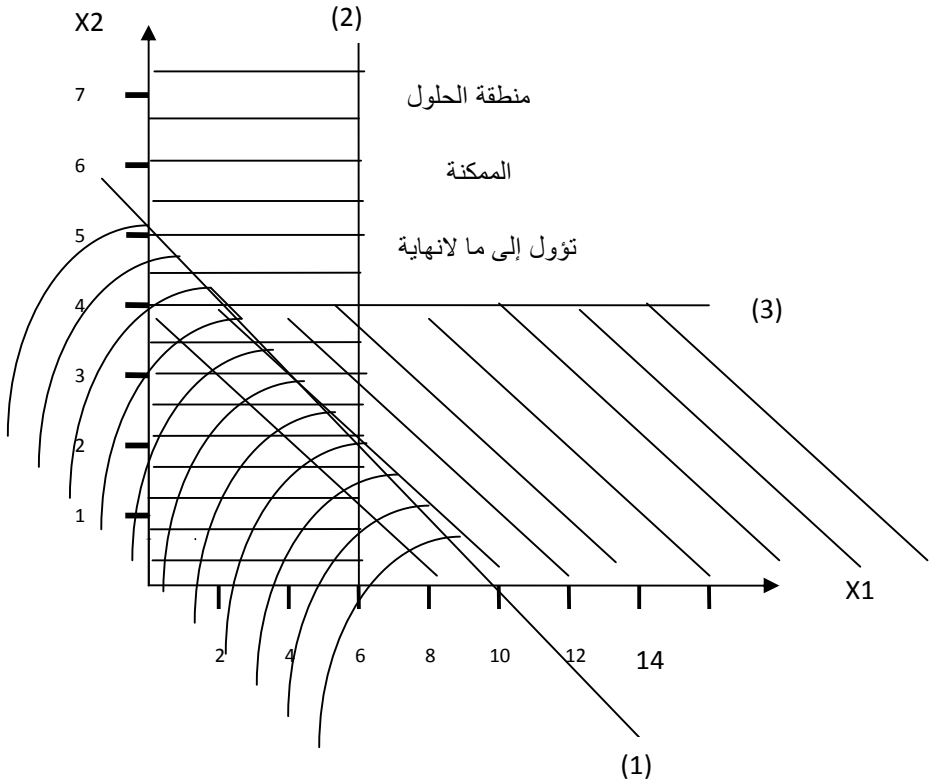
S.t

$$4x_1 + 8x_2 \geq 40 \text{ ..... (1)}$$

$$x_1 \geq 6 \text{.....(2)}$$

$$x_2 \geq 4 \text{.....(3)}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



باستعمال الطريقة البيانية، نلاحظ من خلال الشكل أنه توجد منطقة لا نهائية تحقق دالة الهدف، و بالتالي نقول أن دالة الهدف لا نهائية.