

الطور: ليسانس

السداسي: الأول

السنة: الثانية

التخصص: علم السكان

المقياس: تقنيات و تطبيقات الاحصاء في الديموغرافيا

طبيعة المادة: أعمال موجهة

الأستاذة: بوتفوشات

تمارين حول المجموعات:

التمرين الأول:

لتكن A, B, C ثلاث مجموعات حيث:

$$E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{x \in E : x < 2\}$$

$$B = \{x \in E : x \leq 3\}$$

المطلوب:

1- عين المجموعات التالية:

$$A, B, \bar{B} / E, A \cap B, A \cup B, \overline{A \cap B} / E, B - A$$

2- أثبت أن المجموعة:

$$L = \{A, B - A, \bar{B} / E\}$$

هي تجزئة للمجموعة E

الحل:

$$A = \{0, 1\} - 1$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\bar{B}/E = \{x/x \in E \text{ و } x \notin B\}$$

$$\bar{B}/E = \{4, 5\}$$

$$A \cap B = \{0, 1\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\overline{A \cap B}/E = \{x/x \in E \text{ و } x \notin A \cap B\}$$

$$\overline{A \cap B}/E = \{2, 3, 4, 5\}$$

-2

$$A = \{0, 1\}$$

$$B - A = \{2, 3\}$$

$$\bar{B}/E = \{4, 5\}$$

لدينا: $A \neq \emptyset, B - A \neq \emptyset, \bar{B}/E \neq \emptyset$

$$L = \{\{0, 1\}, \{2, 3\}, \{4, 5\}\}$$

$$\{0, 1\} \cap \{2, 3\} = \emptyset$$

$$\{0, 1\} \cap \{4, 5\} = \emptyset$$

$$\{2, 3\} \cap \{4, 5\} = \emptyset$$

و لدينا: $A \cup (B - A) \cup (\bar{B}/E) =$

و منه نستنتج أن المجموعة L هي تجزئة للمجموعة E

قم بحل التمرين التالي:

التمرين الثاني:

لتكن A و B مجموعتين حيث:

$$A = \{x \in N, x \text{ عدد زوجي}, 2 < x < 20\}$$

$$B = \{x \in Z, -5 < x - 3 < 5\}$$

المطلوب:

1- عين المجموعات التالية:

$$A, B, \overline{A \cap B}/A, A \cup B, B - A$$

2- عين من بين المجموعات التالية التي تمثل تجزئة للمجموعة $A \cup B$

$$L_1 = \{A \cap B, B - A, \overline{A \cap B}/A\}$$

$$L_2 = \{A \cap B, B - A, \overline{A \cap B}/A, \overline{A}/A\}$$

تمارين حول التحليل التوافقي:

التمرين الأول:

أحسب: C_5^3 , C_{15}^8 , C_6^0 , C_8^3

الحل

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!2!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

$$C_{15}^8 = \frac{15!}{8!(15-8)!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8!7!}$$
$$= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{32432400}{5040} = 6435$$

$$C_6^0 = \frac{6!}{0!(6-0)!} = \frac{6!}{1 \times 6!} = 1$$

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!3 \times 2 \times 1} = 56$$

التمرين الثاني:

يمكن لسبعة أشخاص أن يشغلوا سبعة أماكن، بكم طريقة يمكنهم عمل هذا؟

الحل

$$P_n = n! = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =$$

التمرين الثالث:

ما هو عدد الكيفيات المختلفة التي يمكن بها أن نتوفق في اختيار لجنة من 5 أعضاء لمجموعة تتكون من

10 أفراد؟

الحل

$$C_{10}^5 = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$$

التمرين الرابع:

ما هي الترتيب لتشكيل لجنة من عضوين أخذاً من بين مجموعة أفراد لجمعية تتكون من 10 أفراد؟

الحل:

$$P_{10}^2 = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 90$$

قم بحل التمرين التالي:

التمرين الخامس:

يتكون مجلس إداري من 20 فرداً من بينهم 12 رجلاً و 8 نساء. نريد تشكيل لجنة من 5 أفراد على أن تكون هذه اللجنة مكونة من رجلين و امرأتين على الأقل.

المطلوب:

بكم طريقة يمكن تشكيل هذه اللجنة بشرط أن:

1- كل عضو في المجلس الإداري يمكن أن يكون عضواً في اللجنة.

2- رجلان رفضا رفضاً قاطعاً الدخول ضمن اللجنة.

3- السيد x و السيدة y رفضاً أن يكونا ضمن اللجنة.

تمارين حول الاحتمالات:

التمرين الأول:

ألقيت قطعة نقد معدنية متزنة و زهرة نرد معا مرة واحدة

1- حدد فضاء العينة

2- حدد المجموعة الجزئية A التي تتضمن الصورة و رقما زوجيا

3- حدد المجموعة الجزئية B التي تتضمن الصورة و رقما زوجيا

4- أحسب $A \cup B$ و $A \cap B$

الحل:

1- فضاء العينة S

$$S = \{ (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6) \}$$

2- تحديد المجموعة الجزئية A التي تتضمن الصورة و رقما زوجيا

$$S = \{ (H,2), (H,4), (H,6) \}$$

3- تحديد المجموعة الجزئية B التي تتضمن الصورة و رقما زوجيا

$$B = \{ (T,4), (T,5), (T,6) \}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$A \cup B = \{ (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6) \}$$

التمرين الثاني:

تقوم شركة Ecotex بإنتاج أقمصة و كان احتمال وجود عيب في النسيج الذي تستخدمه الشركة في

إنتاجها هو 8%، واحتمال عيب فيه ناشئ عن الخياطة هو 6%، فإذا كانت العمليتان الإنتاجيتان مستقلتان.

أوجد احتمال إنتاج قميص معيب (أي به عيب أو أكثر من العيوب المذكورة)

الحل:

إذا رمزنا لحدث وجود عيب في النسيج بالحرف A و حدث وجود عيب ناتج عن الخياطة بالحرف B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.8 + 0.6 - (0.8 + 0.6)$$

$$= 0.92$$

التمرين الثالث:

يحتوي وعاء على 12 كرة: 5 حمراء، 4 خضراء و 3 صفراء
اخترنا ثلاثة كرات عشوائياً:

ما هو احتمال أن تكون الكرات الثلاثة كلها حمراء
أ- السحب مع عدم الإرجاع ب- السحب مع الإرجاع

الحل:

احتمال أن تكون الكرات الثلاثة كلها حمراء

أ- السحب مع عدم الإرجاع (الأحداث هنا لا تكون مستقلة)

$$P(R_1) = 5/12 \quad \text{احتمال كون الأولى حمراء}$$

$$P(R_2) = 4/11 \quad \text{احتمال كون الثانية حمراء}$$

$$P(R_3) = 3/10 \quad \text{احتمال كون الثالثة حمراء}$$

احتمال الكرات الثلاثة حمراء (هو R_3 و R_2 و R_1)

$$P(R_1 \text{ و } R_2 \text{ و } R_3) = P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) \cdot P(R_3/R_1 \text{ و } R_2)$$

$$= 5/12 \cdot 4/11 \cdot 3/10 = 60/1320 = 1/22$$

ب- السحب مع الإرجاع (الأحداث هنا تكون مستقلة)

$$P(R_1) = 5/12$$

$$P(R_2) = 5/12$$

$$P(R_3) = 5/12$$

$$P(R_1 \text{ و } R_2 \text{ و } R_3) = P(R_1) \cdot P(R_2) \cdot P(R_3)$$

$$= 5/12 \cdot 5/12 \cdot 5/12$$

$$= 0.074$$

التمرين الرابع:

نقوم بقذف زهرتي نرد مرة واحدة.

ما هو احتمال الحصول على مجموع يساوي 5 أو 10

الحل:

لنفرض أن الحدث A يمثل المجموع المساوي لخمس و B الحدث المساوي ل 10

نلاحظ أن الحدث A يتكون من أربعة أحداث مستقلة، و هي متكافئة

$$A = \{ (1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2) \}$$

أما الحدث B فيتكون من ثلاثة أحداث بسيطة و هي متكافئة

$$B = \{ (4, 6), (6, 4), (5, 5), \}$$

$$P(A) = 4/36 = 1/9$$

$$P(B) = 3/36 = 1/12$$

و بما أن الحدثين A و B متنافيان لا يمكن أن نقرأ على الوجهين مجموعا يساوي 5 أو 10 في آن واحد،

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= 4/36 + 3/36$$

$$= 7/36$$

قم بحل التمرين التالي:

التمرين الخامس:

وعاء يحتوي على 10 كرات متماثلة تماما: 5 حمراء، 3 زرقاء و 2 خضراء. سحبت كرة من الوعاء. ما

هو احتمال أن تكون الكرة:

1- حمراء، زرقاء، خضراء، ليست زرقاء، ليست خضراء، خضراء أو ليست خضراء، حمراء أو زرقاء.

2- الحصول على كرتين زرقاوتين في سحبتين متتاليتين (السحب مع الإرجاع)

3- التقاط كرة حمراء ثانية علما أنه تم التقاط كرة حمراء في المرة الأولى و لم تعد إلى الوعاء.

4- التقاط كرة حمراء في المرة الثانية علما أنه تم التقاط كرة حمراء في المرة الأولى و لم تكن حمراء و لم

تعد إلى الوعاء.

5- التقاط كرة حمراء في المرة الثالثة علما أنه تم سحب كرة حمراء في المرة الأولى و كرة غير حمراء في

المرة الثانية و لم تعادا إلى الوعاء.

6- الحصول على كرتين حمراوتين عند السحب مرتين بدون إعادة.

7- الحصول على 3 كرات حمراء عند السحب 3 مرات بدون إعادة

8- الحصول على 3 كرات حمراء عند السحب 3 مرات مع الإعادة.